



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Pengantar Dasar Sistem Kontrol

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

01

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Sistem Dasar Sistem Kontrol dapat diartikan sebagai sistem dengan mekanisme kerja dikendalikan oleh peralatan elektronik (electronic hardware) berdasarkan urutan-urutan perintah dalam bentuk program perangkat lunak (electronic software) yang disimpan di dalam unit memori kontroler elektronik.

Kompetensi

Mahasiswa dapat mengetahui konsep Dasar Sistem Kontrol

PENGANTAR SISTEM KONTROL

1.1. Definisi-definisi

Dalam proses industri, sering dibutuhkan besaran-besaran yang memerlukan kondisi atau persyaratan yang khusus, seperti ketelitian yang tinggi, harga yang konstan untuk selang waktu yang tertentu, nilai yang bervariasi dalam suatu rangkaian tertentu, perbandingan yang tetap antara 2 (dua) variabel, atau suatu besaran sebagai fungsi dari besaran lainnya. Jelas, kesemuanya itu tidak cukup dilakukan hanya dengan pengukuran saja, tetapi juga memerlukan suatu cara pengontrolan agar syarat-syarat tersebut dapat dipenuhi. Karena alasan inilah diperkenalkan suatu konsep pengontrolan yang disebut Sistem Kontrol.

Ada beberapa definisi yang harus dimengerti untuk lebih memahami Sistem Kontrol secara keseluruhan, yaitu: Sistem, Proses, Kontrol dan Sistem Kontrol. Definisi dari beberapa istilah tersebut adalah sebagai berikut:

SISTEM: Sistem adalah kombinasi dari beberapa komponen yang bekerja bersama-sama melakukan sesuatu untuk sasaran tertentu.

PROSES: Proses adalah perubahan yang berurutan dan berlangsung secara kontiniu dan tetap menuju keadaan akhir tertentu.

KONTROL: Kontrol adalah suatu kerja untuk mengawasi, mengendalikan, mengatur dan menguasai sesuatu

SISTEM KONTROL (*Control System*): Sistem Kontrol adalah proses pengaturan atau pengendalian terhadap satu atau beberapa besaran (***variabel*** atau ***parameter***) sehingga berada pada suatu harga atau *range* tertentu. Contoh variabel atau parameter fisik, adalah: tekanan (*pressure*), aliran (*flow*), suhu (*temperature*), ketinggian (*level*), pH, kepadatan (*viscosity*), kecepatan (*velocity*), dan lain-lain.



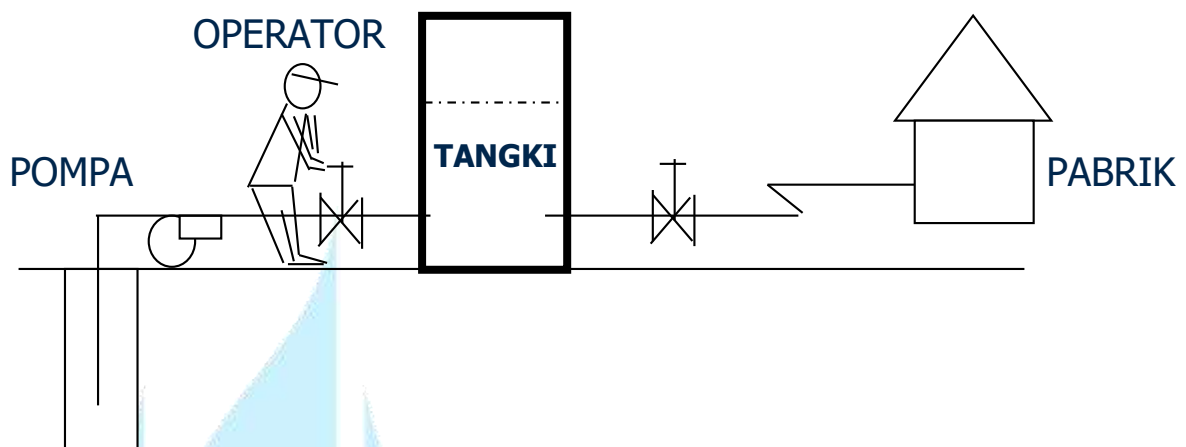
Hubungan sebuah sistem dan proses dapat diilustrasikan seperti terlihat pada Gambar 1.1 di bawah ini.



Gambar 1.1. Blok Diagram Sistem

1.2. Prinsip Sistem Kontrol

Sebuah contoh Sistem Kontrol akan diceritakan di bawah ini. Seorang operator sedang menjaga ketinggian (*level*) suatu tangki yang akan digunakan untuk sebuah proses kimia. Jika, ketinggian tangki kurang dari yang semestinya, operator akan lebih membuka keran masukan (*valve*), dan sebaliknya, jika ketinggian melebihi dari yang semestinya, operator akan mengurangi bukaan keran (*valve*), dan seterusnya. Gambar 1.2 mengilustrasikan cerita sistem kontrol tersebut.



Gambar 1.2 Contoh Sistem Kontrol

Dari kejadian ini, dapat dinyatakan bahwa sebenarnya yang terjadi adalah *pengukuran* terhadap tinggi cairan di dalam tangki, kemudian *membandingkannya* terhadap harga tertentu dari tinggi cairan yang dikehendaki, lalu melakukan *koreksi* yakni dengan mengatur bukaan keran masukan cairan ke dalam tangki.

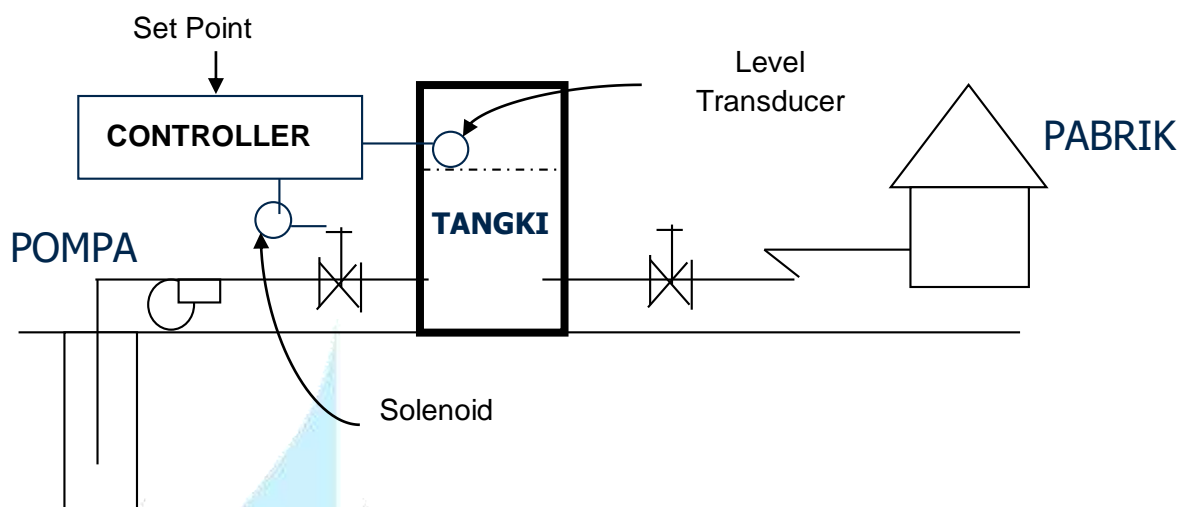
Dapat disimpulkan bahwa sebuah sistem kontrol, melakukan urutan kerja sebagai berikut:

1. Pengukuran (*Measuring*)
2. Perbandingan (*Comparison*)
3. Perbaikan (*Correction*)

Sistem tersebut dapat berjalan baik, jika dianggap sistem bekerja secara ideal dan sederhana. Namun, masalah akan timbul jika diteliti lebih lanjut, seperti:

- a. Keadaan proses yang lebih kompleks dan sulit
- b. Pengukuran yang lebih akurat dan presisi
- c. Jarak proses yang tidak mudah dijangkau

maka diperlukan modifikasi terhadap sistem tersebut. Dalam hal seperti inilah diperlukan sebuah Sistem Kontrol Otomatik, sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 1.3 di bawah ini.



Gambar 1.3 Sistem Kontrol Otomatik

Terdapat beberapa manfaat pada penggunaan Sistem Kontrol Otomatik pada sebuah proses, yaitu:

- Kelancaran Proses
- Keamanan
- Ekonomis
- Kualitas



Gambar 1.4 Sebuah *Master Control Room* untuk mengontrol Sistem Proses

Jarak Jauh

1.3. Klasifikasi Sistem Kontrol

Secara umum, sistem kontrol dapat diklasifikasikan sebagai berikut:

- a. Sistem Kontrol Manual dan Otomatik
 - b. Sistem Lingkar Terbuka (*Open Loop*) dan Lingkar Tertutup (*Closed Loop*)
 - c. Sistem Kontrol Kontiniu dan Diskrit
 - d. Menurut sumber penggerak: Elektrik, Mekanik, Pneumatik, dan Hidraulik
- Penjelasan singkat dari jenis-jenis sistem kontrol diatas akan dibahas berikut ini.

Sistem Kontrol Manual adalah pengontrolan yang dilakukan oleh manusia yang bertindak sebagai operator, seperti tampak pada Gambar 1.2. Sedangkan Sistem Kontrol Otomatik adalah pengontrolan yang dilakukan oleh peralatan yang bekerja secara otomatis dan operasinya dibawah pengawasan manusia, sebagaimana terlihat pada Gambar 1.3. Sistem Kontrol Manual banyak ditemukan dalam kehidupan sehari-hari seperti pada pengaturan suara radio, televissi, cahaya layer televise, pengaturan aliran air melalui keran, pengendalian kecepatan kendaraan, dan lain-lain. Sedangkan Sistem Kontrol Otomatik banyak ditemui dalam proses industri (baik industri proses kimia dan proses otomotif), pengendalian pesawat, pembangkit tenaga listrik dan lain-lain.

Sistem Kontrol Lingkar Terbuka (*Open Loop*) adalah sistem pengontrolan di mana besaran keluaran tidak memberikan efek terhadap besaran masukan, sehingga variable yang dikontrol tidak dapat dibandingkan terhadap harga yang diinginkan. Sedangkan Sistem Kontrol Lingkar Tertutup (*Closed Loop*) adalah sistem pengontrolan dimana besaran keluaran memberikan efek terhadap besaran masukan, sehingga besaran yang dikontrol dapat dibandingkan terhadap harga yang diinginkan. Selanjutnya, perbedaan harga yang terjadi antara besaran yang dikontrol dengan harga yang diinginkan digunakan sebagai koreksi yang merupakan sasaran pengontrolan.

Open Loop Control System memiliki karakteristik sebagai berikut:

- a. Tidak terdapat proses pengukuran
- b. Variabel yang dikontrol tidak mempengaruhi aksi pengontrolan
- c. Banyak didasari oleh waktu atau urutan proses
- d. Kurang akurat, lebih stabil, murah

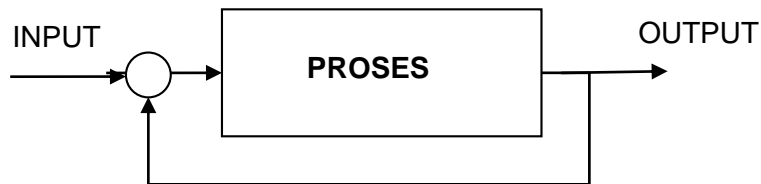
Sedangkan *Closed Loop Control System* mempunyai karakteristik sebagai berikut:

- a. Terdapat proses pengukuran
- b. Variabel yang dikontrol mempengaruhi aksi pengontrolan (feed back)
- c. Lebih akurat, dapat terjadi ketidakstabilan
- d. Mahal

Gambar 1.5 di bawah ini, mengilustrasikan blok diagram *Open Loop Control System* dan *Closed Loop Control System*. Selanjutnya, sebagian besar pembahasan Sistem Kontrol adalah berdasarkan kepada *Closed Loop Control System* atau lebih dikenal dengan Sistem Kontrol Umpan Balik (*Feedback Control System*).



(a) Sistem Kontrol Lingkaran Terbuka



(b) Sistem Kontrol Lingkaran Tertutup

Gambar 1.5. Sistem Kontrol Lingkaran Terbuka dan Tertutup

Sementara itu, Sistem Kontrol Kontiniu adalah sistem yang memanfaatkan pengendali (*controller*) berbasis nilai kontinu, seperti: *Proportional (P)*, *Integrator (I)*, dan *Differensiator (D)*, atau kombinasi dari ketiganya (PI, PD, atau PID). Sedangkan Sistem Kontrol Diskrit adalah sistem yang menggunakan pengontrol (*controller*) dengan nilai diskrit, seperti pengendali ON-OFF atau pengendali posisi ganda (*switch selector*).



Gambar 1.6 PID Controller

1.4. Karakteristik Sistem Kontrol Otomatik

Beberapa karakteristik penting dari Sistem Kontrol Otomatik adalah sebagai berikut:

- a. Sistem Kontrol Otomatik merupakan sistem dinamik yang dapat berbentuk linear maupun non-linear
- b. Bersifat menerima informasi, memprosesnya, mengolahnya dan kemudian mengembangkannya
- c. Komponen atau unit yang membentuk sistem kontrol ini akan saling mempengaruhi
- d. Bersifat mengembalikan sinyal ke bagian masukan (*feedback*) dan ini digunakan untuk memperbaiki sifat sistem
- e. Karena adanya pengembalian sinyal ini, maka pada sistem kontrol otomatis selalu terjadi masalah stabilitas

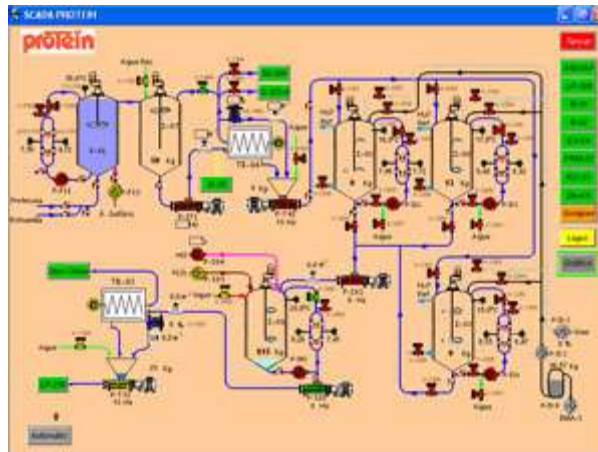
1.5. Aplikasi Sistem Kontrol

Pemakaian Sistem Kontrol Otomatik banyak ditemui dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam pemakaian langsung maupun tidak langsung. Pemakaian dari Sistem Kontrol dapat dikelompokkan sebagai berikut:

1. Sistem Kontrol Proses: seperti temperatur, aliran, tinggi permukaan cairan, viskositas, dan lain-lain. Misalnya pada industri kimia, makanan, tekstil, pengilangan, dan lain-lain.
2. Sistem Kontrol Energi: seperti pada pengendalian pembangkit tenaga listrik dan pendistribusian tenaga.
3. Sistem Kontrol Numerik: seperti pengontrolan operasi yang membutuhkan ketelitian tinggi dalam proses yang berulang-ulang. Misalnya pada proses pengeboran, pembuatan lubang, pengelasan dan kerja-kerja otomotif.
4. Sistem Kontrol Transportasi: seperti elevator, escalator, pesawat terbang, kereta api, conveyor, dan lain-lain.
5. Sistem Kontrol Servomekanis: sistem yang berhubungan dengan posisi, kecepatan dan pergerakan.
6. Bidang non teknis: seperti sistem ekonomi, sistem sosial dan sistem biologi.

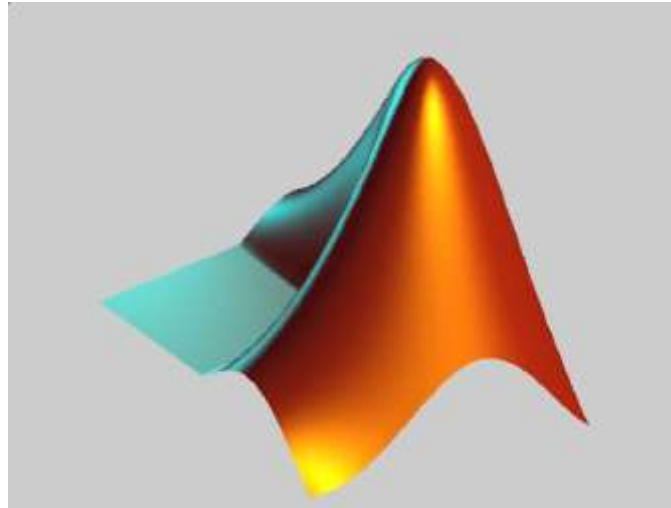
1.6. Alat Bantu untuk Mempelajari Sistem Kontrol

Saat ini telah banyak berkembang perangkat-perangkat lunak yang digunakan untuk lebih mempermudah proses pembelajaran Sistem Kontrol. Perangkat-perangkat tersebut ada yang sudah menjadi perangkat lunak aplikasi, sehingga pengguna hanya perlu memasukkan simbol-simbol tertentu untuk dirangkai menjadi sebuah sistem kontrol, seperti SIMULINK dan lain-lain.



Gambar 1. 7 Contoh Perangkat Lunak menggunakan Simbol-simbol pada sebuah Sistem Proses

Disamping itu terdapat pula perangkat lunak yang masih dalam bentuk bahasa, sehingga pengguna diharuskan menuliskan teks-teks yang nantinya dijalankan untuk menganalisa karakter dan performansi sistem kontrol tersebut. Perangkat lunak dalam bentuk bahasa yang banyak dipakai adalah MATLAB (**MAT**riks **LAB**oratory). Perkuliahan ini akan menggunakan MATLAB sebagai alat bantu proses pembelajarannya.



MATRIX LABORATORY

Gambar 1.8 Simbol Perangkat Lunak MATLAB

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.

[9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>

[10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Konfigurasi Sistem Kontrol

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

02

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Setiap sistem kontrol terdiri dari beberapa unit yang membentuknya, yang disebut dengan elemen sistem kontrol. Secara fungsional, elemen-elemen tersebut dapat dinyatakan oleh blok-blok diagram dan sinyal-sinyal yang mengiringinya

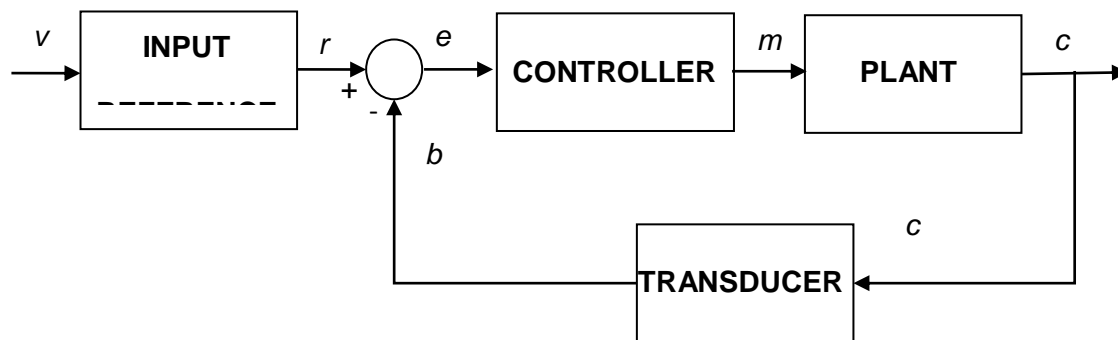
Kompetensi

Mahasiswa dapat mengetahui Elemen Sistem Kontrol dan Diagram Blok

KONFIGURASI SISTEM KONTROL

1.1. Elemen Sistem

Setiap sistem kontrol terdiri dari beberapa unit yang membentuknya, yang disebut dengan elemen sistem kontrol. Secara fungsional, elemen-elemen tersebut dapat dinyatakan oleh blok-blok diagram dan sinyal-sinyal yang mengiringinya. Secara umum blok diagram dan sinyal sistem tersebut digambarkan oleh Gambar 2.1.



Gambar 2.2. Blok Diagram Umum Sistem Kontrol

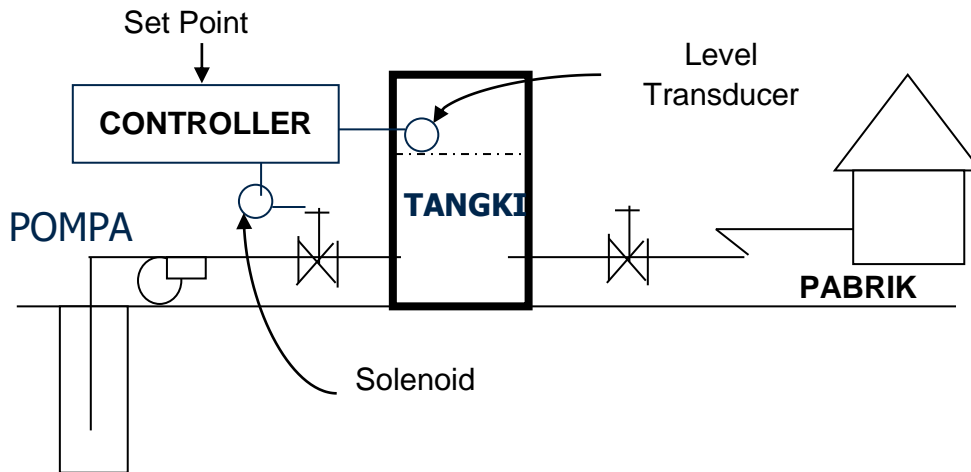
Secara umum, elemen sistem kontrol rangkaian tertutup terdiri dari:

- Masukan (*reference input elemen, G_v*)
Elemen ini berfungsi untuk mengubah besaran yang dikontrol menjadi sinyal masukan acuan (r) bagi sistem kontrol.
- Pengontrol (*controller, G_1*).
Berfungsi untuk memproses kesalahan (*error, r*) yang terjadi dan setelah kesalahan tersebut dilewatkan melalui elemen pengontrol, akan dihasilkan sinyal yang berfungsi sebagai pengontrol proses.
- Sistem Proses (*proses, atau plant, G_2*)
Elemen ini dapat berupa proses mekanis, elektris, hidraulis, fisik, atau kombinasinya.
- Jalur Umpan Balik (*feedback element, H_1*)
Bagian ini bagian sistem yang mengukur keluaran yang dikontrol dan kemudian mengubahnya menjadi sinyal umpan balik (*feedback signal*)

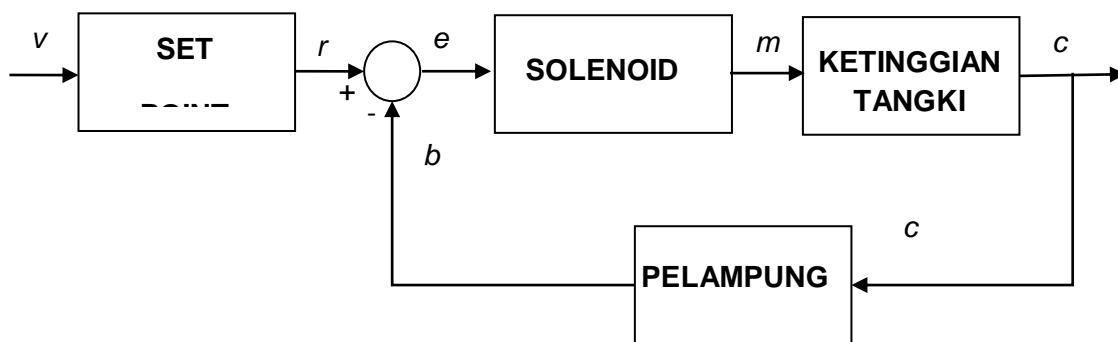
Setiap blok memiliki sinyal yang masuk ke dalamnya dan sinyal lain yang keluar darinya. Pada umumnya, sinyal-sinyal di dalam blok diagram sistem kontrol adalah sebagai berikut:

- a. Set Point (*command input, v*)
Set Point adalah harga yang diinginkan bagi variabel yang dikontrol selama proses pengontrolan berlangsung. Harga ini tidak tergantung dari keluaran sistem
- b. Masukan Acuan (*reference input, r*)
Yaitu sinyal aktual yang masuk ke dalam sistem kontrol. Sinyal ini diperoleh dengan menyetel harga v sehingga dapat dipakai dalam sistem kontrol.
- c. Keluaran yang dikontrol (*controlled variable, c*)
Sinyal ini merupakan harga atau nilai yang akan dipertahankan bagi variabel yang dikontrol, dan merupakan harga yang ditunjukkan oleh pencatat
- d. Variabel yang dimanipulasi (*manipulated variable, m*)
Sinyal ini adalah sinyal yang keluar dari elemen pengontrol (*controller*) dan berfungsi sebagai sinyal pengontrol
- e. Sinyal umpan balik (*feedback signal, b*)
Yaitu sinyal yang merupakan fungsi dari keluaran yang dicatat oleh alat pencatat
- f. Kesalahan (*error signal, e*)
Yaitu selisih antara sinyal acuan, r , dan sinyal umpan balik, b . Sinyal ini adalah sinyal yang dimasukkan ke elemen pengontrol dan harganya diinginkan sekecil mungkin. Sinyal e ini menggerakkan unit pengontrol untuk menghasilkan dan mendapatkan keluaran pada suatu harga yang diinginkan.

Dalam kehidupan sehari-hari, berbagai jenis sistem kontrol pada dasarnya dapat dipandang dalam bentuk diagram dengan sinyal-sinyal seperti pada Gambar 2.1 diatas. Sebagai contoh, sebuah sistem kontrol seperti tampak pada Gambar 2.2 (lihat lagi Modul 1). Maka, blok diagramnya dapat digambarkan seperti pada Gambar 2.3.



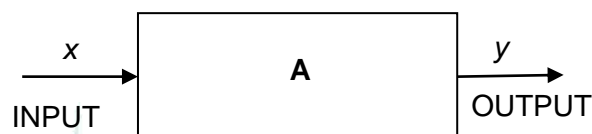
Gambar 2.2 Sistem Kontrol Ketinggian Tangki



Gambar 2.3 Blok Diagram Sistem Kontrol Ketinggian Tangki

2.2. Diagram Blok

Secara fungsional, elemen-elemen yang membangun sebuah sistem kontrol dapat direpresentasikan dalam bentuk blok diagram, seperti tampak pada Gambar 2.4 di bawah ini.



Gambar 2.4 Simbol Sebuah Blok Diagram

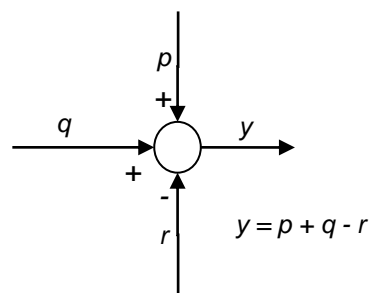
Dalam simbol ini, A menyatakan suatu sistem atau proses (mekanik, fisik, termis, dan lain-lain), sedangkan tanda panah menunjukkan arah proses yang dinyatakan oleh variabel x dan y , yang merupakan input dan output blok tersebut. Secara simbolis, sistem dinyatakan oleh huruf kapital. Hubungan antara keluaran dan masukan dinyatakan oleh:

$$y = Ax \quad (2.1)$$

Dari hubungan ini dapat dilihat bahwa sebuah blok sebetulnya merupakan faktor pengali terhadap masukannya, atau dengan kata lain dapat disebutkan bahwa blok A adalah sebuah sistem yang berfungsi untuk mengubah harga masukan.

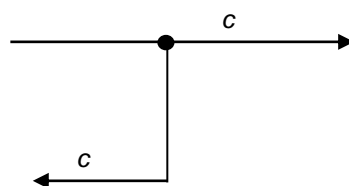
Disamping sebuah blok, terdapat elemen lain yang diperlukan untuk menyatakan hubungan antar blok, yaitu: *summing junction* dan *pickoff point*.

Summing junction merepresentasikan operasi penjumlahan atau pengurangan antara beberapa sinyal. Elemen ini disimbolkan dalam bentuk sebuah lingkaran dan tanda-tanda operasi pada setiap anak panah yang masuk ke dalamnya. Operasi aljabar untuk proses *summing junction* diperlihatkan pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 *Summing Junction*

Sedangkan *pickoff point* atau titik cabang adalah elemen yang menggambarkan bahwa sinyal tersebut digunakan kembali oleh bagian lain di dalam sistem, tanpa terjadi perubahan harga. Contoh sebuah *pickoff point* diperlihatkan pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 *Pickoff Point*

2.3. Reduksi Blok Diagram

Dalam sebuah sistem kontrol, sebagaimana yang digambarkan pada Gambar 2.1, terdiri dari beberapa blok. Oleh karena itu, untuk mempermudah pengamatan, diperlukan beberapa langkah tertentu untuk mereduksi banyaknya blok dalam sebuah sistem sesederhana mungkin. Terdapat beberapa prinsip penyederhanaan blok, yaitu: hubungan *cascade*, hubungan paralel, dan hubungan *feedback*.

Gambar 2.7 memperlihatkan hubungan *cascade* dari 2 (dua) buah blok, G_1 dan G_2 dengan sinyalnya masing-masing. Jika

$$G_1 = y/x, \text{ dan}$$

$$G_2 = z/y,$$

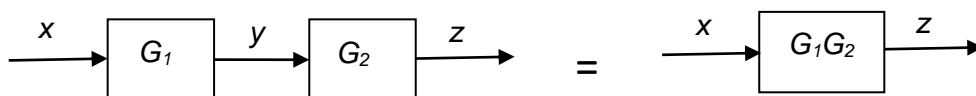
maka

$$y = G_1x, \text{ dan}$$

$$z = G_2y$$

sehingga

$$z = G_1G_2x \tag{2.2}$$



Gambar 2.7 Blok Diagram dengan hubungan *cascade*

Dengan kata lain, reduksi dari blok yang dihubungkan dengan *cascade* adalah hasil perkalian dari blok-blok tersebut.

Sementara itu, Gambar 2.8 memperlihatkan sebuah contoh blok diagram yang dihubungkan secara paralel. Jika,

$$G_1 = y/x, \text{ dan}$$

$$G_2 = z/x,$$

maka

$$y = G_1x, \text{ dan}$$

$$z = G_2x$$

maka

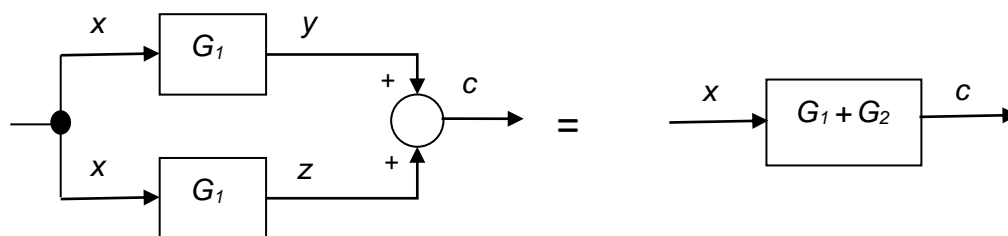
$$c = y + z$$

$$c = G_1x + G_2x$$

sehingga

$$c = (G_1 + G_2)x \quad (2.3)$$

Dengan kata lain, reduksi dari blok yang dihubungkan dengan *parallel* adalah hasil penjumlahan dari blok-blok tersebut.



Gambar 2.8 Blok Diagram dengan hubungan *parallel*

Hubungan blok diagram yang lain hubungan feedback, seperti tampak pada Gambar 2.9. Hubungan ini adalah suatu hubungan yang paling umum digunakan dan dipelajari dalam sistem kontrol. Pada hubungan ini, blok-blok diagram disimbolkan dengan G dan H , dimana:

$$G = c/e,$$

$$H = b/c, \text{ dan}$$

$$e = r - b$$

maka

$$c = Ge$$

$$b = Hc$$

$$e = r - Hc$$

sehingga

$$c = G(r - Hc)$$

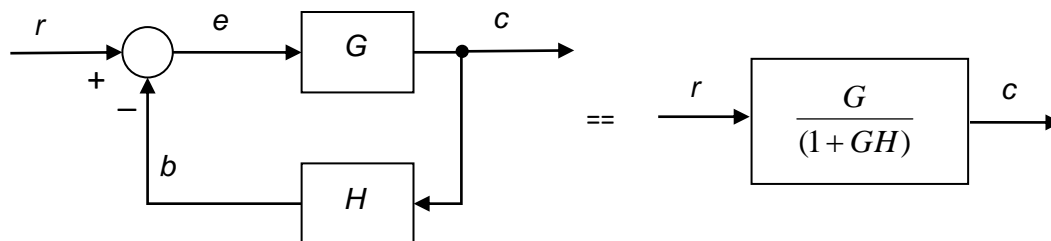
$$c = Gr - GHc$$

$$Gr = c + (GHc)$$

$$Gr = c(1 + GH)$$

dan

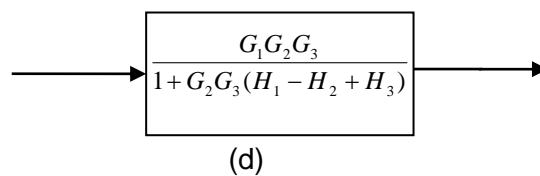
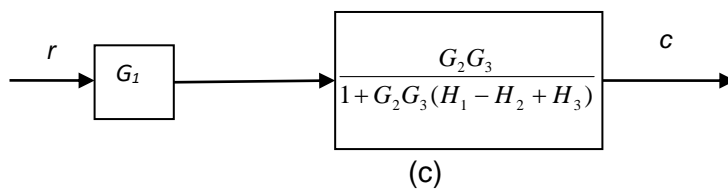
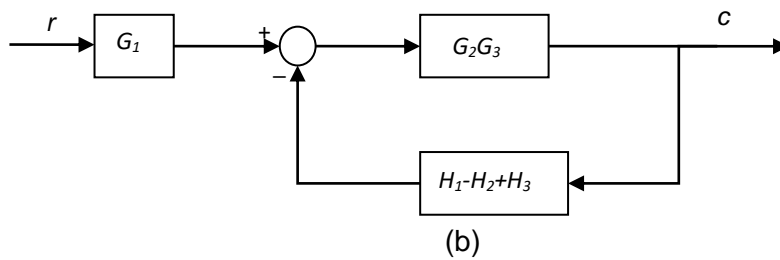
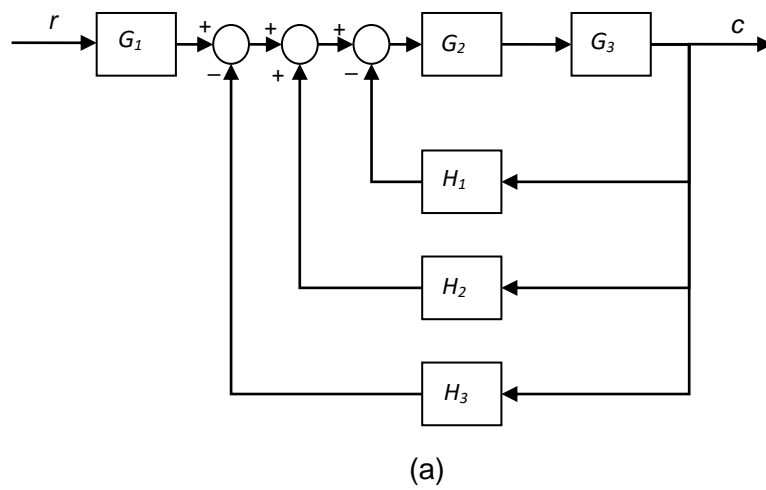
$$c/r = G/(1 + GH) \quad (2.4)$$



Gambar 2.9 Blok Diagram dengan hubungan *feedback*

Sebuah sistem kontrol yang sebenarnya, merupakan kombinasi dari hubungan-hubungan yang telah disebutkan diatas. Kombinasi ketiga hubungan tersebut akan membentuk sebuah sistem yang kompleks dalam. Memahami hubungan-hubungan ini merupakan sebuah prasyarat untuk dapat menganalisa dan mengamati sistem yang kompleks. Karena, dengan mereduksi blok-blok yang ada, analisa dan pengamatan dapat dilakukan dengan mudah.

Sebagai sebuah contoh, sebuah sistem kontrol digambarkan di bawah ini. Maka, prinsip-prinsip hubungan diatas akan diaplikasikan untuk menghasilkan sebuah blok tunggal.



Gambar 2.10 Proses reduksi blok. (a) Blok Diagram awal, (b) Blok Diagram setelah reduksi blok-blok *cascade* pada bagian atas dan blok-blok *parallel* pada bagian bawah, (c) Blok Diagram setelah reduksi *feedback*, dan (d) Blok diagram akhir dan tunggal

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Model Matematika

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

03

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Untuk dapat memahami dan mengamati lebih mendalam mengenai apa yang terjadi pada sebuah sistem kontrol, biasanya sistem tersebut digambarkan dalam sebuah konfigurasi blok diagram, seperti yang telah dibahas pada Modul 2. Namun, pada modul tersebut, isi dari setiap blok hanya disimbolkan dalam bentuk konstanta.

Kompetensi

Mahasiswa dapat mengetahui Model Sistem Elektrik dan Mekanik Translasi pada Sistem Kontrol

MODEL MATEMATIKA

3.1. Pengantar mengenai Model

Untuk dapat memahami dan mengamati lebih mendalam mengenai apa yang terjadi pada sebuah sistem kontrol, biasanya sistem tersebut digambarkan dalam sebuah konfigurasi blok diagram, seperti yang telah dibahas pada Modul 2. Namun, pada modul tersebut, isi dari setiap blok hanya disimbolkan dalam bentuk konstanta.

Sebenarnya, setiap blok mewakili sebuah proses fisik dari sistem kontrol tersebut. Kemudian, proses fisik tersebut diturunkan persamaan matematikanya. Lalu, berdasarkan persamaan matematika inilah, pengamatan, analisa dan perancangan sistem kontrol dilakukan. Proses penurunan persamaan matematika sebuah sistem fisik dikenal dengan istilah model matematika.

Modul ini akan membahas 2 (dua) sistem fisik yang akan diturunkan persamaan matematikanya, yaitu sistem elektrik dan sistem mekanik. Penyelesaian matematika dari persamaan tersebut tidak dilakukan pada modul ini, namun akan dibahas pada modul berikutnya dengan menggunakan metoda Transformasi Laplace.

3.2. Model Sistem Elektrik

Di dalam sistem elektrik, sebuah tegangan adalah pendorong gerakan-gerakan elektron. Gerakan-gerakan elektron tersebut, jika melalui sebuah konduktor akan menghasilkan suatu arus. Semakin banyak elektron yang bergerak berarti semakin kecil resistansi dari bahan konduktor tadi. Sebagian besar komponen elektrik digunakan agar dapat mengendalikan arus elektron ini.

Hukum Tegangan Kirchoff (KVL) dan Hukum Arus Kirchoff (KCL), yaitu

$$\begin{aligned}\sum I_{node} &= 0 \\ \sum V_{loop} &= 0\end{aligned}\tag{3.1}$$

jumlah arus pada setiap titik percabangan adalah nol, dan jumlah tegangan pada setiap loop adalah nol. Hukum-hukum ini merupakan dasar dari prosedur proses pemodelan matematika sistem elektrik. Sebenarnya, terlalu banyak jenis-jenis komponen elektrik yang biasa digunakan. Namun, bab ini hanya akan membahas model matematika dari komponen yang sederhana, biasa disebut dengan komponen pasif dan linear. Komponen pasif yang akan dibahas adalah: Resistor, Kapasitor dan Induktor.

Resistor, disimbolkan seperti tampak pada Gambar 3.1, memiliki persamaan matematika sebagai berikut:

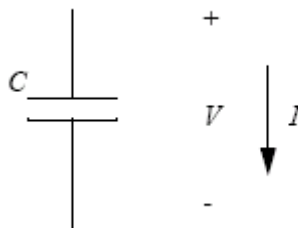


Gambar 3.1 Simbol Resistor

$v = iR$, atau

$$v = \frac{dq}{dt} R \quad (3.2)$$

Sedangkan Kapasitor mempunyai simbol dan persamaan matematika sebagai berikut:

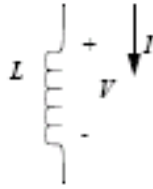


Gambar 3.2 Simbol Kapasitor

$v = \frac{1}{C} \int i dt$, atau

$$v = \frac{1}{C} q \quad (3.3)$$

Dan, simbol serta persamaan matematika Induktor adalah:



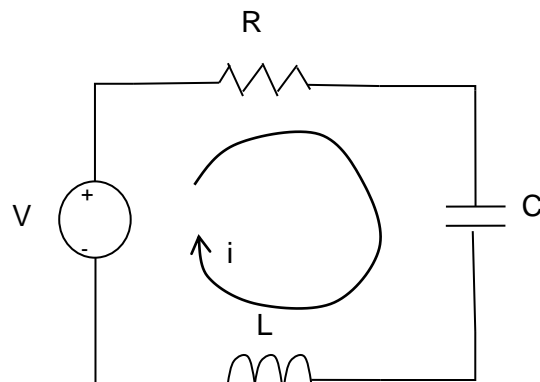
Gambar 3.3 Simbol Induktor

$$v = L \frac{di}{dt}, \text{ atau}$$

$$v = L \frac{d^2q}{dt^2} \tag{3.4}$$

Biasanya, penggunaan arus, i , lebih disukai dalam penggunaan komponen elektrik praktis. Namun, agar tampak lebih mudah dari segi matematika, penggunaan muatan, q , akan digunakan pada modul ini. Penggunaan muatan, q , akan membuat persamaan matematikanya menjadi persamaan diferensial biasa.

Sebagai contoh, sebuah rangkaian elektrik lup tunggal digambarkan pada Gambar 3.4 di bawah ini:



Gambar 3.4 Rangkaian Elektrik Lup Tunggal

maka persamaan tegangannya adalah:

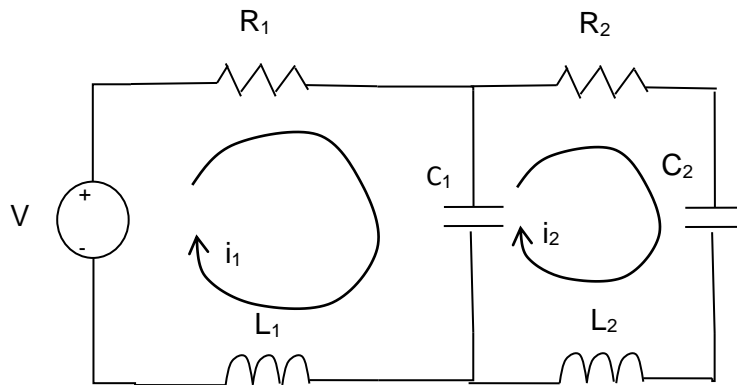
$$\sum v = 0,$$

$$v_R + v_C + v_L - V = 0$$

$$iR + \frac{1}{C} \int idt + L \frac{di}{dt} = V, \text{ atau} \quad (3.5)$$

$$\frac{dq}{dt} R + \frac{1}{C} q + L \frac{d^2q}{dt^2} = V$$

Jika rangkaian elektrik tersebut mempunyai 2 lup, seperti tampak pada Gambar 3.5:



Gambar 3.5 Rangkaian Elektrik 2 Lup

maka akan terdapat 2 persamaan, yaitu:

persamaan pada lup 1:

$$v_{R1} + v_{C1} + v_{L1} - V = 0$$

$$i_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt - \frac{1}{C_1} \int i_2 dt + L_1 \frac{di_1}{dt} = V, \text{ atau} \quad (3.6)$$

$$\frac{dq_1}{dt} R_1 + \frac{1}{C_1} q_1 - \frac{1}{C_1} q_2 + L_1 \frac{d^2q_1}{dt^2} = V$$

persamaan pada lup 2:

$$v_{R2} + v_{C2} + v_{L2} + v_{C1} = 0$$

$$i_2 R_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_1} \int i_2 dt - \frac{1}{C_1} \int i_1 dt = 0, \text{ atau} \quad (3.7)$$

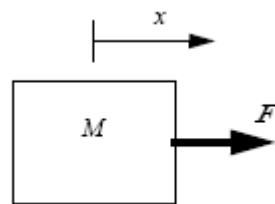
$$\frac{dq_2}{dt} R_2 + \frac{1}{C_2} q_2 + L_2 \frac{d^2q_2}{dt^2} + \frac{1}{C_1} \int i_2 dt - \frac{1}{C_1} \int i_1 dt = 0$$

Persamaan diferensial diatas dapat diselesaikan dengan menggunakan kaidah-kaidah kalkulus. Namun, hal ini akan dibahas pada Modul 4, dimana penyelesaiannya menggunakan kaidah Transformasi Laplace

3.3 Model Sistem Mekanik Translasi

Sistem mekanik adalah sistem yang berkaitan erat dengan masalah posisi (jarak), kecepatan dan percepatan. Kaidah umum yang dipakai pada sistem mekanik adalah Hukum-Hukum Gerak Newton. Komponen sistem mekanik translasi yang akan dibahas adalah komponen pasif dan linear, yaitu: massa (M), pegas (K) dan komponen gesek atau serap (D).

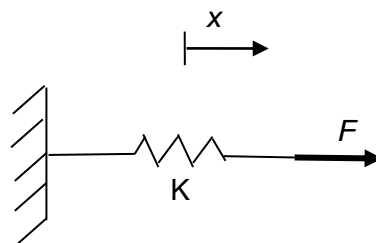
Simbol dan persamaan gaya dari massa, adalah:



Gambar 3.6 Simbol Massa

$$\begin{aligned}
 F &= Ma, \text{ atau} \\
 F &= M \frac{dv}{dt}, \text{ atau} \\
 F &= M \frac{d^2x}{dt^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

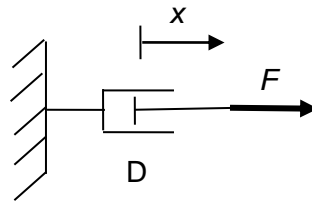
Sedangkan, simbol dan persamaan pegas adalah sebagai berikut:



Gambar 3.7 Simbol Pegas

$$F = Kx
 \tag{3.9}$$

Dan, simbol serta persamaan gesek adalah sebagai berikut:



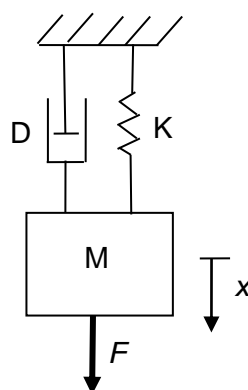
Gambar 3.8 Simbol Gesek

$$F = D \frac{dx}{dt} \quad (3.10)$$

Berdasarkan ketiga komponen pasif itulah, dapat dirancang sebuah sistem mekanik translasi.

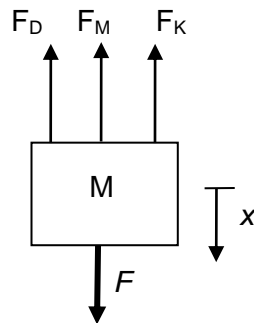
Untuk membuat model matematika sistem mekanik translasi, hanya memerlukan satu persamaan diferensial, yang disebut persamaan gerak. Biasanya disepakati, bahwa arah tertentu (misalnya arah ke kanan atau ke bawah) adalah arah positif, dan berarti arah sebaliknya (arah ke kiri atau ke atas) adalah arah negative. Kemudian, berdasarkan kesepakatan arah tersebut, digambarkan *free body diagram*, yaitu menempatkan semua gaya-gaya yang terjadi pada bagian sistem. Setelah itu, Hukum Newton diterapkan dengan menjumlahkan semua gaya-gaya tersebut dan menyamakannya dengan nol.

Contoh sebuah sistem mekanik adalah sebagai berikut:



Gambar 3.9 Sistem Mekanik

maka, *free body diagram*-nya adalah sebagai berikut:

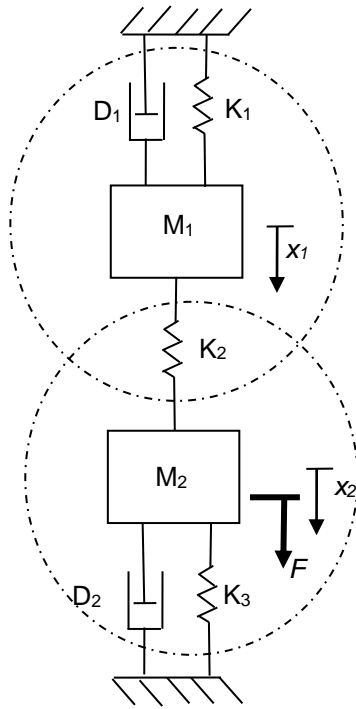


Gambar 3.10 *Free body diagram* Sistem Mekanik Gambar 3.9

sehingga, persamaan geraknya adalah:

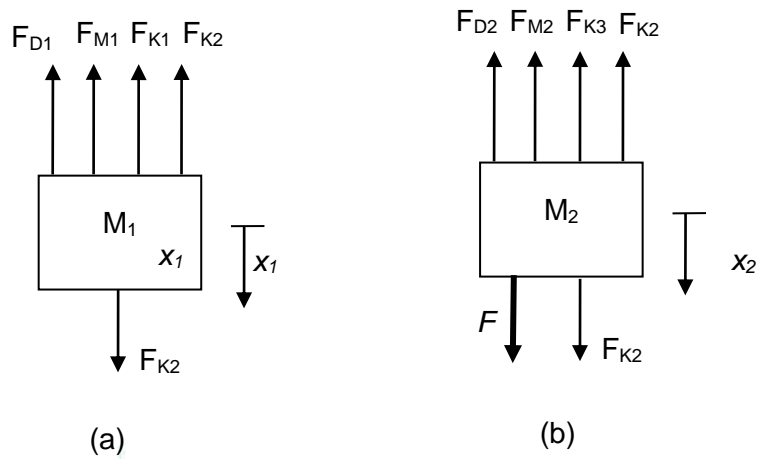
$$\begin{aligned}\sum F &= 0 \\ F_M + F_K + F_D - F &= 0 \\ M \frac{d^2x}{dt^2} + Kx + D \frac{dx}{dt} &= F\end{aligned}\tag{3.10}$$

Seperti sistem elektrik, sistem mekanik juga mempunyai rangkaian 2 lup, sebagaimana tampak pada Gambar 3.11 dibawah ini:



Gambar 3.11 Sistem Mekanik 2 Lup

maka, terdapat 2 *free body diagram*, seperti tampak pada Gambar 3.11 di bawah ini:



Gambar 3.12 *Free body diagram* Sistem Mekanik 2 Lup:

(a) Lup pertama, dan (b) Lup kedua

Berdasarkan *free body diagram* diatas, dapat diturunkan 2 persamaan gerak, yaitu:

Lup pertama:

$$\begin{aligned} F_{M1} + F_{K1} + F_{D1} + F_{K2} &= 0 \\ M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + K_1 x_1 + D_1 \frac{dx_1}{dt} + K_2 x_1 - K_2 x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

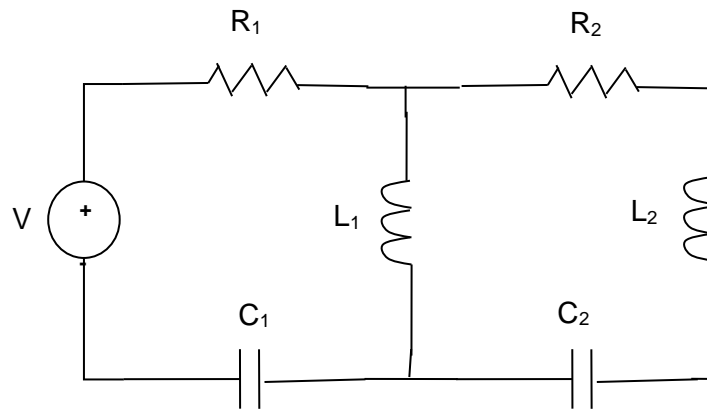
Dan, lup kedua:

$$\begin{aligned} F_{M2} + F_{K2} + F_{D2} + F_{K3} &= F \\ M_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + K_2 x_2 - K_2 x_1 + D_2 \frac{dx_2}{dt} + K_3 x_2 &= F \end{aligned} \quad (3.12)$$

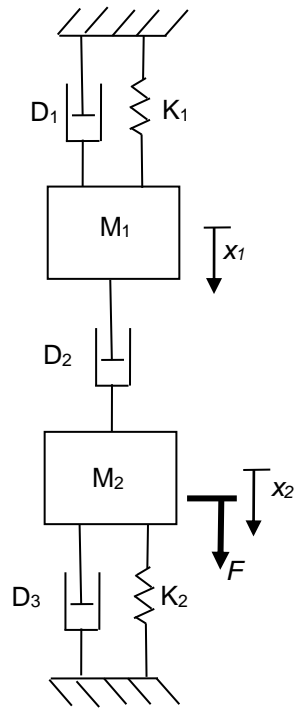
Secara umum, sistem mekanik memiliki bentuk persamaan yang sama dengan sistem mekanik. Karakteristik ini dikenal dengan istilah Analogi Elektrik-Mekanik. Penyelesaian lengkap model-model matematika ini, akan dibahas pada modul berikutnya.

Contoh Soal:

Turunkan model matematika (dalam bentuk persamaan matematika) (a) sistem elektrik dan (b) sistem mekanik di bawah ini:



(a)



(b)

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Transformasi Laplace

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

04

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Salah satu cara untuk menganalisa karakteristik dan gejala-gejala yang terjadi pada sebuah sistem kontrol adalah menggunakan kaidah Transformasi Laplace. Transformasi Laplace mengubah suatu fungsi dalam domain waktu, $f(t)$, menjadi fungsi dalam domain lain, yaitu domain kompleks,

Kompetensi

Mahasiswa dapat mengitung dengan menggunakan Teorema Transformasi Laplace

TRANSFORMASI LAPLACE

4.1. Pengetian Transformasi Laplace

Transformasi Laplace adalah suatu metode operasional yang dapat digunakan secara mudah untuk menyelesaikan persamaan diferensial linier. Dengan menggunakan transformasi Laplace, dapat diubah beberapa fungsi umum seperti fungsi sinusoida, fungsi sinusoida teredam, dan fungsi eksponensial menjadi fungsi-fungsi aljabar variabel kompleks. Bila persamaan aljabar dalam s dipecahkan, maka penyelesaian dari persamaan diferensial (transformasi Laplace balik dari variabel tidak bebas) dapat diperoleh dengan menggunakan tabel transformasi Laplace.

Suatu kelebihan metode transformasi Laplace adalah bahwa metode ini memungkinkan penggunaan teknik grafis untuk meramal kinerja sistem tanpa menyelesaikan persamaan diferensial sistem. Kelebihan lain metode transformasi Laplace adalah diperolehnya secara serentak baik komponen transien maupun komponen keadaan tunak.

Secara sederhana prosedur dasar pemecahan menggunakan metode transformasi Laplace adalah:

Persamaan diferensial yang berada dalam kawasan waktu (t), ditransformasikan ke kawasan frekuensi (s) dengan transformasi Laplace. Untuk mempermudah proses transformasi dapat digunakan tabel transformasi Laplace. Persamaan yang diperoleh dalam kawasan s tersebut adalah persamaan aljabar dari variabel s yang merupakan operator Laplace.

Penyelesaian yang diperoleh kemudian ditransformasi-balikkan ke dalam kawasan waktu. Hasil transformasi balik ini menghasilkan penyelesaian persamaan dalam kawasan waktu. Salah satu cara untuk menganalisa karakteristik dan gejala-gejala yang terjadi pada sebuah sistem kontrol adalah menggunakan kaidah Transformasi Laplace. Transformasi Laplace mengubah suatu fungsi dalam domain waktu, $f(t)$, menjadi fungsi dalam domain lain, yaitu domain kompleks, $F(s)$. Secara matematis, bentuk transformasi ini adalah sebagai berikut:

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (4.1)$$

dimana

$$s = \sigma + j\omega \quad (4.2)$$

dimana σ (sigma) adalah bagian real, dan ω (omega) adalah bagian imajiner dari s dan $j = \sqrt{-1}$. Pada umumnya, ω menyatakan suatu frekuensi.

Dari Persamaan 4.1 diatas, jika diinginkan mengubah kembali fungsi frekuensi, $F(s)$, ke fungsi waktu, $f(t)$, maka diperlukan kebalikan dari Transformasi Laplace (dikenal dengan istilah Invers Transformasi Laplace), yang dituliskan sebagai berikut:

$$f(t) = L^{-1} [F(s)] \quad (4.3)$$

Namun, untuk mengaplikasikan Transformasi Laplace dalam menganalisa sebuah sistem kontrol, tidak harus menurunkan semua fungsi-fungsi waktu yang ada secara matematika. Karena, telah terdapat tabel Transformasi Laplace yang dapat digunakan secara langsung. Tabel Transformasi Laplace adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Tabel Transformasi Laplace

TIME DOMAIN		FREQUENCY DOMAIN
$\delta(t)$	unit impulse	1
A	step	$\frac{A}{s}$
t	ramp	$\frac{1}{s^2}$
t^2		$\frac{2}{s^3}$
$t^n, n > 0$		$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{-at}	exponential decay	$\frac{1}{s+a}$
$\sin(\omega t)$		$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos(\omega t)$		$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
te^{-at}		$\frac{1}{(s+a)^2}$
$t^2 e^{-at}$		$\frac{2!}{(s+a)^3}$

4.2. Teorema Transformasi Laplace

Selain telah diturunkan secara praktis Transformasi Laplace dari beberapa fungsi yang sering dipakai, terdapat pula tabel yang menggambarkan beberapa teorema Transformasi Laplace untuk menyelesaikan fungsi-fungsi yang lebih kompleks. Beberapa teorema tersebut adalah:

- a. Linearitas
- b. Superposisi
- c. Diferensiasi
- d. Integrasi
- e. Translasi Waktu
- f. Translasi Frekuensi
- g. Diferensial Kompleks
- h. Integrasi Kompleks

Tabel 4.2 di bawah ini, menggambarkan teorema-teorema diatas secara matematis.

Tabel 4.2 Teorema Transformasi Laplace

TIME DOMAIN	FREQUENCY DOMAIN
$f(t)$	$f(s)$
$Kf(t)$	$KL[f(t)]$
$f_1(t) + f_2(t) - f_3(t) + \dots$	$f_1(s) + f_2(s) - f_3(s) + \dots$
$\frac{df(t)}{dt}$	$sL[f(t)] - f(0^-)$
$\frac{d^2f(t)}{dt^2}$	$s^2L[f(t)] - sf(0^-) - \frac{df(0^-)}{dt}$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n L[f(t)] - s^{n-1}f(0^-) - s^{n-2}\frac{df(0^-)}{dt} - \dots - \frac{d^{n-1}f(0^-)}{dt^{n-1}}$
$\int_0^t f(t) dt$	$\frac{L[f(t)]}{s}$
$f(t-a)u(t-a), a > 0$	$e^{-as}L[f(t)]$
$e^{-at}f(t)$	$f(s-a)$
$f(at), a > 0$	$\frac{1}{a}f\left(\frac{s}{a}\right)$
$tf(t)$	$-\frac{df(s)}{ds}$
$t^n f(t)$	$(-1)^n \frac{d^n f(s)}{ds^n}$
$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^\infty f(u) du$

Contoh 4.1

Jika terdapat sebuah fungsi waktu sebagai berikut:

$$f(t) = 5u(t) + 3e^{-2t},$$

Maka, berdasarkan Tabel 4.1 dan Tabel 4.2 diatas,

$$L[5u(t)] = 5L[u(t)] = \frac{5}{s}$$

$$L[3e^{-2t}] = 3L[e^{-2t}] = \frac{3}{s+2}$$

maka:

$$F(s) = F[5u(t) + 3e^{-2t}] = \frac{5}{s} + \frac{3}{s+2}$$

atau dapat juga dituliskan dalam bentuk:

$$F(s) = \frac{8s+10}{s(s+2)}$$

4.3. Partial Fraction Expansion

Pada Contoh 4.1 diatas, nampak bahwa penyelesaian Transformasi Laplace memiliki 2 bentuk, yaitu:

$$F(s) = \frac{5}{s} + \frac{3}{s+2}$$

sebagai bentuk pertama, dan

$$F(s) = \frac{8s+10}{s(s+2)}$$

sebagai bentuk kedua.

Jika diinginkan kembali persamaannya dalam fungsi waktu (dengan menggunakan kaidah Invers Transformasi Laplace), maka penyelesaian bentuk yang pertama akan lebih mudah dikerjakan, karena sudah terdapat fungsi dasarnya pada Tabel 4.1. Sedangkan bentuk yang kedua, harus diubah terlebih dahulu ke bentuk yang pertama. Proses perubahan bentuk kedua ke bentuk pertama penulisan ini dikenal dengan istilah *Partial Fraction Expansion* (PFE).

Sebuah contoh sederhana PFE diilustrasikan dalam hubungan berikut ini:

$$\frac{c}{(s+a)(s+b)} = \frac{k_1}{s+a} + \frac{k_2}{s+b}$$

Jika konstanta a , b , dan c telah diberikan, maka problemnya adalah mencari koefisien PFE k_1 dan k_2 .

Secara umum, sebuah fungsi rasional adalah sebagai berikut:

$$F(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad m \leq n \quad (4.4)$$

dimana $N(s)$ adalah polinom pembilang dan $D(s)$ adalah polinom penyebut. Maka, untuk dapat menyelesaikan PFE, akar-akar dari polinom penyebut haruslah diketahui terlebih dahulu, sehingga fungsi tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} = \frac{k_1}{s - p_1} + \frac{k_2}{s - p_2} + \dots + \frac{k_n}{s - p_n} \quad (4.5)$$

Maka, untuk mendapatkan harga k_j , terdapat beberapa kemungkinan. Pertama, jika semua p_i polinom penyebut memiliki harga real yang unik, maka:

$$k_j = (s - p_j)F(s) \Big|_{s=p_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.6)$$

sedangkan, jika polinom penyebut memiliki p_i yang harganya real dan berulang, maka:

$$k_j = \frac{1}{(r - j)!} \frac{d^{r-j}}{ds^{r-j}} [(s - p)^r F(s)] \Big|_{s=p} \quad (4.7)$$

Dua contoh di bawah ini, akan memperjelas bahasan diatas.

Contoh 4.2

Diketahui sebuah Fungsi Laplace:

$$F(s) = \frac{5}{s^2 + 3s + 2} = \frac{5}{(s+1)(s+2)}$$

maka, PFE dapat diturunkan sebagai berikut:

$$F(s) = \frac{5}{(s+1)(s+2)} = \frac{k_1}{s+1} + \frac{k_2}{s+2}$$

Koefisien PFE dikalkulasi sehingga didapat:

$$k_1 = (s+1)F(s) \Big|_{s=-1} = \frac{5}{s+2} \Big|_{s=-1} = 5$$

$$k_2 = (s+2)F(s) \Big|_{s=-2} = \frac{5}{s+1} \Big|_{s=-2} = -5$$

Jadi, PFE adalah:

$$F(s) = \frac{5}{s^2 + 3s + 2} = \frac{5}{s+1} + \frac{-5}{s+1}$$

Sehingga Inverse Transformasi Laplace-nya adalah:

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] = L^{-1}\left[\frac{5}{s+1}\right] + L^{-1}\left[\frac{-5}{s+2}\right]$$

$$f(t) = (5e^{-t} - 5e^{-2t})u(t)$$

Contoh 4.3

Diketahui sebuah Fungsi Laplace:

$$F(s) = \frac{2s+3}{s^3+2s^2+s} = \frac{2s+3}{s(s+1)^2} = \frac{k_1}{s} + \frac{k_{21}}{s+1} + \frac{k_{22}}{(s+1)^2}$$

maka, koefisien-koefisien PFE dihitung sehingga:

$$k_1 = sF(s)|_{s=0} = \frac{2s+3}{(s+1)^2} \Big|_{s=0} = 3$$

$$k_{22} = (s+1)^2 F(s)|_{s=-1} = \frac{2s+3}{s} \Big|_{s=-1} = -1$$

$$k_{21} = \frac{1}{(2-1)!} \frac{d}{ds} [(s+1)F(s)] \Big|_{s=-1} = \frac{d}{ds} \left[\frac{2s+3}{s} \right] \Big|_{s=-1} = \frac{s(2) - (2s+3)(1)}{s^2} \Big|_{s=-1} = -3$$

Jadi, menghasilkan PFE:

$$F(s) = \frac{2s+3}{s(s+1)^2} = \frac{3}{s} + \frac{-3}{s+1} + \frac{-1}{(s+1)^2}$$

Sehingga, Inverse Transformasi Laplace-nya, adalah:

$$f(t) = 3 - 3e^{-t} - te^{-t}$$

4.3. Transformasi Laplace pada Persamaan Diferensial

Teorema diatas akan diaplikasikan ketika akan dicari penyelesaian persamaan dari sebuah model matematika. Sebagaimana telah dibahas pada Modul 3, sebagian besar sistem fisik dapat dinyatakan dalam bentuk model matematika. Pada umumnya, model matematika tersebut, dituliskan dalam bentuk sebuah Persamaan Diferensial Biasa (*Ordinary Differential Equation*).

Contoh berikut ini merupakan tahapan untuk menyelesaikan persoalan Persamaan Diferensial dengan menggunakan Transformasi Laplace.

Contoh 4.3

Jika diketahui sebuah model matematika sebagai berikut:

$$\frac{dx(t)}{dt} + 5x(t) = f(t)$$

dimana $f(t)$ adalah fungsi pendorong dan $x(t)$ adalah respon sistem. Maka, dengan mengasumsikan semua harga awal, $x(0)$, adalah nol, maka setelah diterapkan Transformasi Laplace, fungsinya menjadi:

$$\begin{aligned} sX(s) + 5X(s) &= F(s), \\ X(s)(s + 5) &= F(s), \end{aligned}$$

maka, perbandingan fungsi respon dengan fungsi pendorong adalah:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s + 5}$$

Jika telah diketahui, bahwa fungsi pendorong, $f(t)$, adalah fungsi tangga satuan, maka $F(s) = 1/s$, sehingga:

$$\begin{aligned} X(s) &= G(s)F(s) = \left[\frac{1}{s + 5} \right] \left[\frac{1}{s} \right], \text{ maka} \\ X(s) &= \frac{1}{s(s + 5)} = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s + 5} \end{aligned}$$

kemudian, dengan menggunakan prinsip PFE, maka didapat:

$$\begin{aligned} k_1 &= sF(s)|_{s=0} = \frac{1}{(s + 5)} \Big|_{s=0} = 5 \\ k_2 &= (s + 5)F(s)|_{s=-5} = \frac{1}{s} \Big|_{s=-5} = -5 \end{aligned}$$

Akhirnya, dengan menggunakan Tabel Transformasi Laplace, maka respon sistem adalah:

$$\begin{aligned} X(s) &= \frac{5}{s} + \frac{-5}{s + 5}, \text{ sehingga} \\ x(t) &= 5 - 5e^{-5t}, \text{ atau} \\ x(t) &= 5(1 - e^{-5t}) \end{aligned}$$

Contoh 4.4

Jika diketahui sebuah model matematika sederhana sebagai berikut:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 3 \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = 2f(t)$$

Pada persamaan ini, $f(t)$ adalah fungsi pendorongnya, $x(t)$ adalah respon sistemnya. Jika diterapkan Transformasi Laplace, dengan mengasumsikan semua harga awal adalah nol, maka akan didapat:

$$\begin{aligned} s^2 X(s) + 3sX(s) + 2X(s) &= 2F(s), \\ X(s)(s^2 + 3s + 2) &= 2F(s), \end{aligned}$$

maka, perbandingan respon dengan pendorongnya, didapat:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{2}{s^2 + 3s + 2}$$

Jika, diketahui bahwa fungsi pendorong, $f(t)$, adalah fungsi tangga satuan (*unit step function*), maka $F(s) = 1/s$, sehingga:

$$\begin{aligned} X(s) &= G(s)F(s) = \left[\frac{2}{s^2 + 3s + 2} \right] \left[\frac{1}{s} \right], \text{ maka} \\ X(s) &= \frac{2}{s(s^2 + 3s + 2)} = \frac{2}{s(s+1)(s+2)} = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+1} + \frac{k_3}{s+2} \end{aligned}$$

Dengan menggunakan prinsip PFE, maka didapat:

$$\begin{aligned} k_1 &= sF(s)|_{s=0} = \frac{2}{(s+1)(s+2)} \Big|_{s=0} = 1 \\ k_2 &= (s+1)F(s)|_{s=-1} = \frac{2}{s(s+2)} \Big|_{s=-1} = -2 \\ k_3 &= (s+2)F(s)|_{s=-2} = \frac{2}{s(s+1)} \Big|_{s=-2} = 1 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan Tabel Transformasi Laplace, maka respon sistem adalah:

$$\begin{aligned} X(s) &= \frac{1}{s} + \frac{-2}{s+1} + \frac{1}{s+2}, \text{ sehingga} \\ x(t) &= 1 - 2e^{-t} + e^{-2t} \end{aligned}$$

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Fungsi Alih Sistem

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

05

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Dalam perancangan dan analisa sistem kontrol, Transformasi Laplace digunakan untuk mentransformasi persamaan-persamaan diferensial dari sistem menjadi persamaan aljabar. Persamaan aljabar ini lebih mudah dimanipulasi dan dianalisa jika dibandingkan dengan persamaan aljabar.

Kompetensi

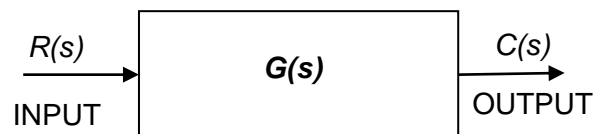
Mahasiswa dapat menghitung fungsi alih system dengan berbagai macam masukan sistem

FUNGSI ALIH SISTEM

5.1. Definisi Fungsi Alih Sistem

Dalam perancangan dan analisa sistem kontrol, Transformasi Laplace digunakan untuk mentransformasi persamaan-persamaan diferensial dari sistem menjadi persamaan aljabar. Persamaan aljabar ini lebih mudah dimanipulasi dan dianalisa jika dibandingkan dengan persamaan aljabar.

Bentuk Laplace dari respon (*output*) sebuah sistem dapat dinyatakan sebagai perkalian bentuk Laplace dari fungsi pendorong (*input*) dengan sebuah fungsi tertentu. Fungsi pengali ini dikenal dengan istilah Fungsi Alih (*Transfer Function*) dari sistem, $G(s)$. Definisi Fungsi Alih sebuah sistem diilustrasikan pada Gambar 5.1



Gambar 5.1 Blok Diagram dan Fungsi Alih Sistem

dan dinyatakan secara matematik:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}, \text{ atau} \tag{5.1}$$
$$C(s) = G(s)R(s)$$

Contoh berikut ini, akan menggambarkan tahapan lengkap sebuah sistem kontrol mekanik, mulai dari pemodelan hingga mendapatkan keluaran sistem.

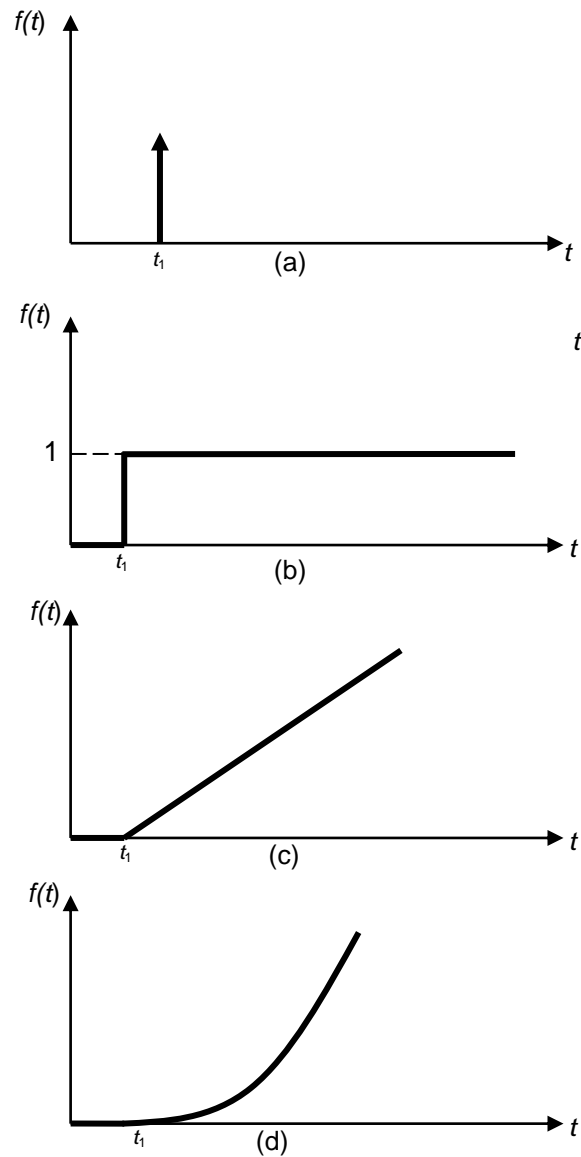
5.2. MASUKAN SISTEM

Sebagaimana telah diterangkan pada modul sebelumnya, bahwa sebuah sistem akan menerima fungsi penggerak berupa masukan, maka terdapat beberapa jenis masukan sistem yang biasa digunakan. Masukan sistem tersebut antara lain adalah:

- Fungsi Impuls, $f(t) = \delta(t)$ atau $F(s) = 1$
- Fungsi Tangga Satuan (*Unit Step Input*), $f(t) = 1$ atau $F(s) = 1/s$

- Fungsi Linear (*Ramp Input*), $f(t) = t$ atau $F(s) = 1/s^2$
- Fungsi Parabola (*Parabolic Input*) $f(t) = t^2$ atau $F(s) = 2/s^3$

Grafik dari masing-masing masukan tersebut diperlihatkan pada Gambar 5.2 di bawah ini.



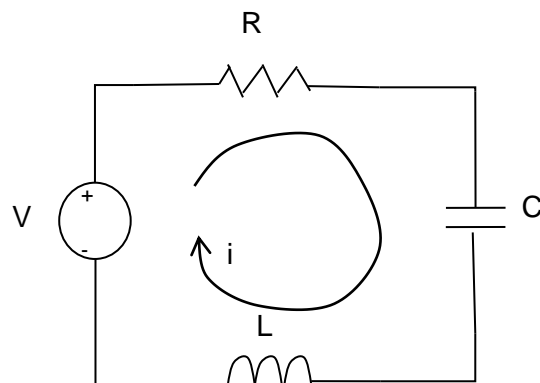
Gambar 5.2 Masukan Sistem (a) Fungsi Impuls, (b) Fungsi Unit Satuan, (c) Fungsi Linear dan (d) Fungsi Parabola

5.3. PENURUNAN FUNGSI ALIH SISTEM

Berikut ini ditampilkan beberapa contoh penurunan Fungsi Alih sistem dari model matematika. Penurunan ini merupakan kelanjutan dari pembuatan model matematika suatu sistem, baik sistem elektrik maupun sistem mekanik, misalnya.

Contoh 5.1.

Sebuah rangkaian elektrik lup tunggal digambarkan pada Gambar 5.3 di bawah ini:



Gambar 5.3 Rangkaian Elektrik Lup Tunggal

maka persamaan tegangannya adalah:

$$\begin{aligned}\sum v &= 0, \\ v_R + v_C + v_L - V &= 0 \\ iR + \frac{1}{C} \int i dt + L \frac{di}{dt} &= V, \quad \text{atau} \\ \frac{dq}{dt} R + \frac{1}{C} q + L \frac{d^2 q}{dt^2} &= V\end{aligned}\tag{5.2}$$

Jika diketahui bahwa $L = 1$ Henry, $R = 7$ Ohm, dan $C = 0.1$ Farad, dengan mengasumsikan semua harga awal adalah nol, maka akan didapat bentuk Laplace-nya menjadi:

$$\begin{aligned}s^2 Q(s) + 7sQ(s) + 10Q(s) &= V(s), \\ Q(s)(s^2 + 7s + 10) &= V(s),\end{aligned}$$

Jika, diketahui bahwa fungsi pendorong, $v(t)$, adalah fungsi tangga satuan (*unit step function*), maka $V(s) = 1/s$, yang berfungsi sebagai input, dan $Q(s)$ adalah output, fungsi alih sistemnya adalah:

$$G(s) = \frac{Q(s)}{V(s)} = \frac{1}{s^2 + 7s + 10}$$

Sehingga:

$$Q(s) = G(s)V(s) = \left[\frac{1}{s^2 + 7s + 10} \right] \left[\frac{1}{s} \right], \text{ maka}$$

$$Q(s) = \frac{1}{s(s^2 + 7s + 10)} = \frac{1}{s(s+2)(s+5)} = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+2} + \frac{k_3}{s+5}$$

Dengan menggunakan prinsip PFE, maka didapat:

$$k_1 = sF(s)|_{s=0} = \frac{1}{(s+2)(s+5)} \Big|_{s=0} = \frac{1}{10}$$

$$k_2 = (s+2)F(s)|_{s=-2} = \frac{1}{s(s+5)} \Big|_{s=-2} = -\frac{1}{6}$$

$$k_3 = (s+5)F(s)|_{s=-5} = \frac{1}{s(s+2)} \Big|_{s=-5} = \frac{1}{8}$$

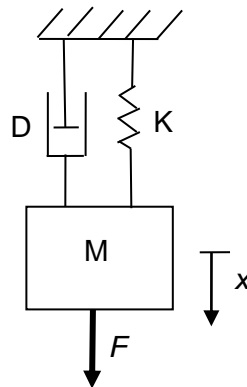
Dengan menggunakan Tabel Transformasi Laplace, maka respon sistem adalah:

$$Q(s) = \frac{1}{10s} + \frac{-1}{6(s+2)} + \frac{1}{8(s+5)}, \text{ sehingga}$$

$$q(t) = \frac{1}{10} - \frac{1}{6}e^{-2t} + \frac{1}{8}e^{-5t}$$

Contoh 5.2

Sebuah sistem mekanik (seperti pada Contoh Soal di Modul 3), tampak seperti di bawah ini:



Gambar 5.4. Sistem Mekanik

maka, penurunan model matematikanya, adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sum F &= 0 \\ F_M + F_K + F_D - F &= 0 \\ M \frac{d^2x(t)}{dt^2} + Kx(t) + D \frac{dx(t)}{dt} &= f(t)\end{aligned}$$

Jika diketahui bahwa $M = 1$ kg, $K = 12$ N/m, dan $D = 7$ N.s/m, dengan mengasumsikan semua harga awal adalah nol, maka akan didapat bentuk Laplace-nya menjadi:

$$\begin{aligned}s^2 X(s) + 7sX(s) + 12X(s) &= F(s), \\ X(s)(s^2 + 7s + 12) &= F(s),\end{aligned}$$

Jika, diketahui bahwa fungsi pendorong, $f(t)$, adalah fungsi tangga satuan (*unit step function*), maka $F(s) = 1/s$, yang berfungsi sebagai input, dan $X(s)$ adalah output, maka blok diagram sistemnya adalah sebagai berikut:



dengan fungsi alih sistemnya adalah:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + 7s + 12}$$

Sehingga:

$$X(s) = G(s)F(s) = \left[\frac{1}{s^2 + 7s + 12} \right] \left[\frac{1}{s} \right], \text{ maka}$$

$$X(s) = \frac{1}{s(s^2 + 7s + 12)} = \frac{1}{s(s+3)(s+4)} = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+3} + \frac{k_3}{s+4}$$

Dengan menggunakan prinsip PFE, maka didapat:

$$k_1 = sF(s)|_{s=0} = \frac{1}{(s+3)(s+4)} \Big|_{s=0} = \frac{1}{12}$$

$$k_2 = (s+3)F(s)|_{s=-3} = \frac{1}{s(s+4)} \Big|_{s=-3} = -\frac{1}{3}$$

$$k_3 = (s+4)F(s)|_{s=-4} = \frac{1}{s(s+3)} \Big|_{s=-4} = \frac{1}{4}$$

Dengan menggunakan Tabel Transformasi Laplace, maka respon sistem adalah:

$$X(s) = \frac{1}{12s} + \frac{-1}{3(s+3)} + \frac{1}{4(s+4)}, \text{ sehingga}$$

$$x(t) = \frac{1}{12} - \frac{1}{3}e^{-3t} + \frac{1}{4}e^{-4t}$$

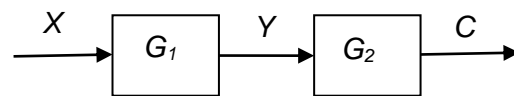
5. 4. Reduksi Fungsi Alih

Dalam blok umum sistem kontrol, terdapat beberapa blok yang menyusun sistem tersebut. Oleh karena itu, diperlukan metode untuk mendapatkan fungsi alih tunggal dari keseluruhan fungsi-fungsi alih yang ada (lihat kembali Modul 2). Proses untuk menghasilkan fungsi alih tunggal dari beberapa fungsi alih yang ada pada suatu sistem dikenal dengan istilah reduksi blok.

Pada pembahasan reduksi blok di Modul 2, fungsi alih disimbolkan dengan $G(s)$ saja, sehingga pereduksian blok tetap meninggalkan parameter $G(s)$. Berikut ini dapat dilihat beberapa proses pereduksian blok menggunakan fungsi alih seperti yang telah dibahas pada bagian awal modul ini untuk mendapatkan fungsi alih tunggal dalam Fungsi Laplace.

Contoh 5.3.

Sebuah sistem kontrol memiliki blok diagram sebagai berikut:



dimana:

$$G_1(s) = \frac{1}{s+5}, \text{ dan}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s+7}$$

tentukan fungsi alih tunggalnya!

Maka, $G_T(s) = G_1(s) * G_2(s)$

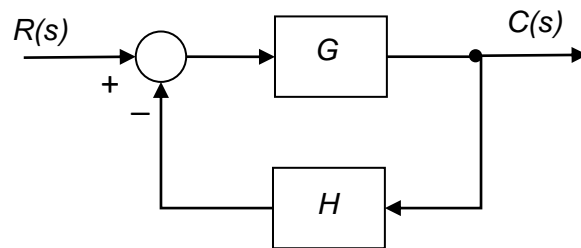
$$G_T(s) = \frac{1}{s+5} * \frac{1}{s+7}$$

$$G_T(s) = \frac{1}{(s+5)(s+7)}$$

$$G_T(s) = \frac{1}{s^2 + 12s + 35}$$

Contoh 5.4

Berikut ini adalah blok diagram sistem kontrol yang memiliki umpan balik negatif (*negative feedback*):



dimana:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 5}, \text{ dan}$$

$$H(s) = 5$$

Tentukan fungsi alih keseluruhan (sering disebut Fungsi Alih Lup Tertutup atau *Closed Loop Transfer Function*)!

Berdasarkan Modul 2, fungsi alih tunggal bagi sistem umpan balik adalah:

$$G_T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}, \text{ maka}$$

$$G_T(s) = \frac{\frac{1}{s^2 + s + 5}}{1 + 5 * \frac{1}{s^2 + 5 + 5}}$$

$$G_T(s) = \frac{\frac{1}{s^2 + s + 5}}{\frac{s^2 + s + 5}{s^2 + s + 5} + \frac{5}{s^2 + s + 5}}$$

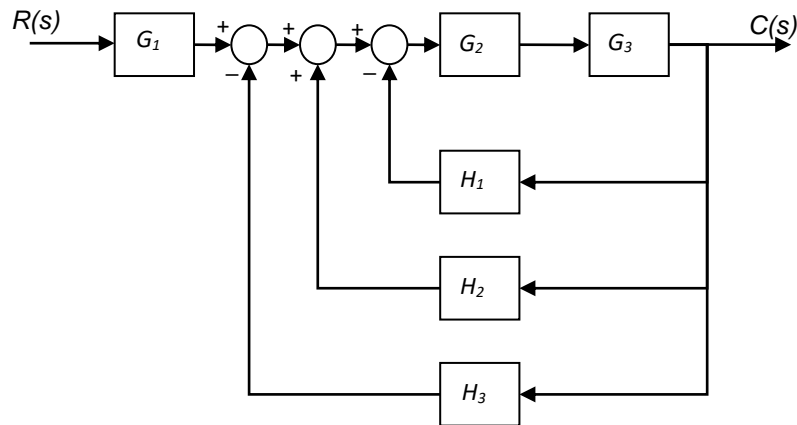
$$G_T(s) = \frac{1}{s^2 + s + 5 + 5}$$

sehingga, Fungsi Alih tunggalnya adalah:

$$G_T(s) = \frac{1}{s^2 + s + 10}$$

Contoh 5.5.

Sebuah sistem kontrol memiliki blok diagram seperti di bawah ini:



dimana:

$$G_1(s) = \frac{1}{s+2}, G_2(s) = \frac{1}{s+5} \text{ dan } G_3(s) = \frac{1}{s+7}, \text{ serta}$$

$$H_1(s) = 2, H_2(s) = 4 \text{ dan } H_3(s) = 5$$

Maka, tentukan fungsi alih keseluruhannya!

Setelah menurunkan pereduksian bloknya (lihat Modul 2), akan didapat bahwa:

$$\begin{array}{ccc} C(s) & \longrightarrow & \boxed{\frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 (H_1 - H_2 + H_3)}} & \longrightarrow & R(s) \end{array}$$

sehingga:

$$G_T(s) = \frac{\frac{1}{s+2} * \frac{1}{s+5} * \frac{1}{s+7}}{1 + \frac{1}{s+5} * \frac{1}{s+7} (2-4+5)}$$

$$G_T(s) = \frac{1}{(s+2)(s+5)(s+7) + \frac{3}{(s+5)(s+7)}}$$

maka:

$$G_T(s) = \frac{1}{\frac{(s+2)(s+5)(s+7)}{s^2+12s+38} + 1}$$

sehingga, fungsi alih tunggal keseluruhan blok adalah:

$$G_T(s) = \frac{1}{(s+2)(s^2+12s+7)}$$

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Respon Waktu

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

06

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Untuk lebih memahami karakteristik dan sifat sistem tersebut, maka persamaan waktu itu dibuatkan grafiknya dengan mengubah-ubah waktunya, dari mulai $t = 0$ hingga t mendekati tak hingga ($t \rightarrow \infty$) (dikenal dengan istilah *time-invariant sistem*). Penggambaran sistem dalam bentuk grafik waktu disebut dengan Respon Waktu (*Time Response*).

Kompetensi

Mahasiswa dapat lebih memahami karakteristik Respon Sistem, yaitu Respon Paksaan dan Respon Alami

RESPON WAKTU

6.1. Respon Sistem

Pada modul sebelumnya, fungsi alih sebuah model sistem dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matematika. Untuk lebih memahami karakteristik dan sifat sistem tersebut, maka persamaan waktu itu dibuatkan grafiknya dengan mengubah-ubah waktunya, dari mulai $t = 0$ hingga t mendekati tak hingga ($t \rightarrow \infty$) (dikenal dengan istilah *time-invariant sistem*). Penggambaran sistem dalam bentuk grafik waktu disebut dengan Respon Waktu (*Time Response*). Pada modul yang akan datang, akan dibahas pula Respon Frekuensi (*Frequency Response*).

Respon keluaran sebuah sistem, sebenarnya adalah gabungan dari 2 (dua) respon, yaitu:

- Respon Paksaan (*forced response*), dan
- Respon Alami (*natural response*)

Sebelum membahas lebih lanjut mengenai respon waktu sebuah sistem, ada baiknya memahami terlebih dahulu konsep Pole dan Zero. Dengan konsep ini, respon waktu sistem dapat dipahami terlebih dahulu secara kualitatif, sebelum akhirnya dianalisa lebih dalam secara kuantitatif.

Pole sebuah fungsi alih adalah harga-harga dimana variable Laplacanya, s , akan menyebabkan fungsi alih tersebut menjadi tak berhingga, atau semua akar penyebut fungsi alih. Pole biasa diplot dalam bentuk X. Sedangkan Zero sebuah fungsi alih adalah harga-harga dimana variable Laplacanya, s , akan menyebabkan fungsi alih tersebut menjadi nol, atau semua akar pembilang fungsi alih, dan diplot dalam bentuk O. Perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 6.1

Sebuah fungsi alih tampak pada Gambar 6.1(a). Pole-nya adalah $s = -5$, dan Zero-nya adalah $s = -2$. Harga-harga ini diplot pada sebuah bidang kompleks (*s-plane*) seperti pada Gambar 6.1(b). Untuk menguji sifat-sifat Pole dan Zero, diberikan masukan tangga satuan (*unit step*) ke dalam sistem. Dari Gambar 6.1(a), didapat:

$$C(s) = \frac{(s+2)}{s(s+5)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+5} = \frac{2/5}{s} + \frac{3/5}{s+5}, \quad (6.1)$$

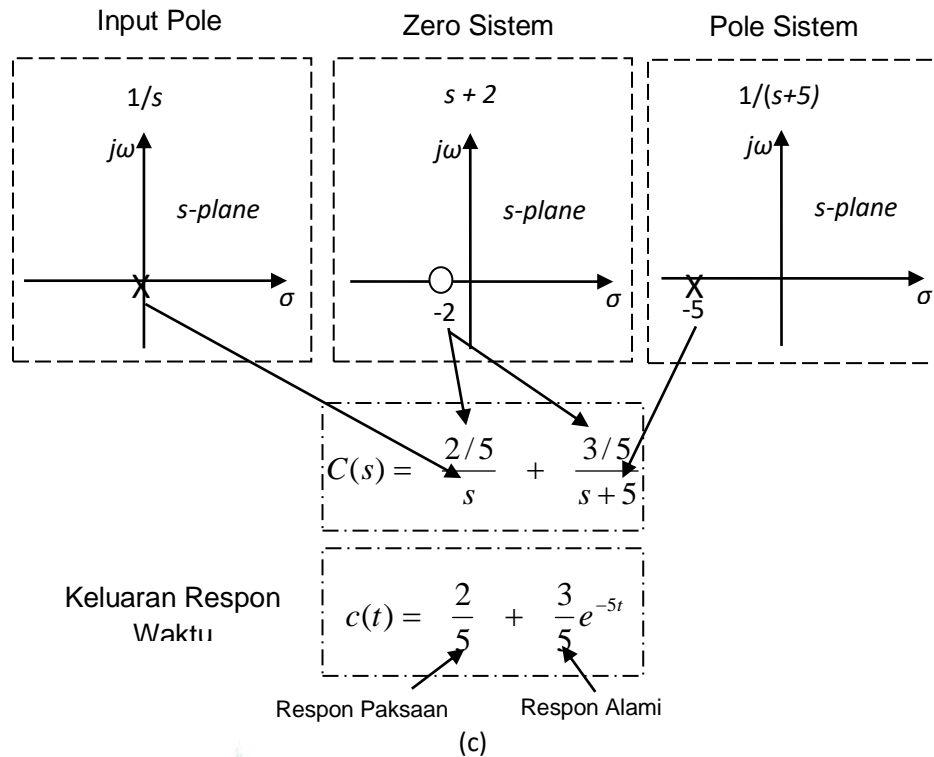
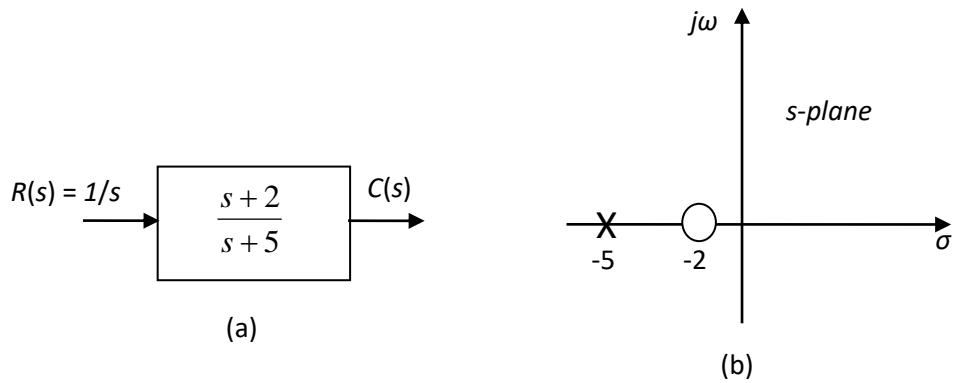
dimana

$$A = \frac{(s+2)}{(s+5)} \Big|_{s=0} = \frac{2}{5}$$

$$B = \frac{(s+2)}{s} \Big|_{s=-5} = \frac{3}{5}$$

maka

$$c(t) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}e^{-5t} \quad (6.2)$$



Gambar 6.1 (a) Input dan Output Sistem, (b) Plot Pole dan Zero dari Sistem,

(c) Proses Pembentukan Respon

Dari Gambar 6.1(c) dapat diambil kesimpulan, yaitu:

1. Pole dari fungsi input akan memberikan bentuk bagi Respon Paksaan
 2. Pole dari fungsi alih akan memberikan bentuk bagi Respon Alami
 3. Pole yang terletak pada garis real, akan memberikan respon eksponensial, dalam bentuk e^{-at} , dimana a adalah lokasi Pole yang terletak pada sumbu aksis real tersebut. Jadi, semakin ke kiri letak sebuah Pole, atau semakin negative, akan semakin cepat respon eksponensialnya untuk turun menuju nol.
 4. Zero membantu untuk membentuk Amplituda dari keadaan tunak dari kedua respon.
-

Dari kesimpulan diatas, Konsep Pole dan Zero ini dapat juga diaplikasikan untuk sistem yang lebih kompleks. Setiap Pole dari fungsi alih yang terletak di sumbu aksis real membentuk respon eksponensial, yang merupakan bagian dari respon alami. Sementara itu, Pole dari input akan membentuk respon paksaan.

Contoh 6.2

Sebuah Fungsi Alih diketahui sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(s+3)}{(s+2)(s+4)(s+5)}$$

Dimana $R(s)$ adalah $1/s$. Maka:

$$C(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{(s+2)} + \frac{K_3}{(s+4)} + \frac{K_4}{(s+5)}$$

Setelah dilakukan Invers Transformasi Laplace, didapat Respon Keluaran:

$$c(t) = K_1 + K_2 e^{-2t} + K_3 e^{-4t} + K_4 e^{-5t}$$

6.2. Sistem Orde Pertama (*First Order System*)

Sebuah Sistem Orde Pertama adalah sistem yang memiliki fungsi alih sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{a}{s + a} \quad (6.3)$$

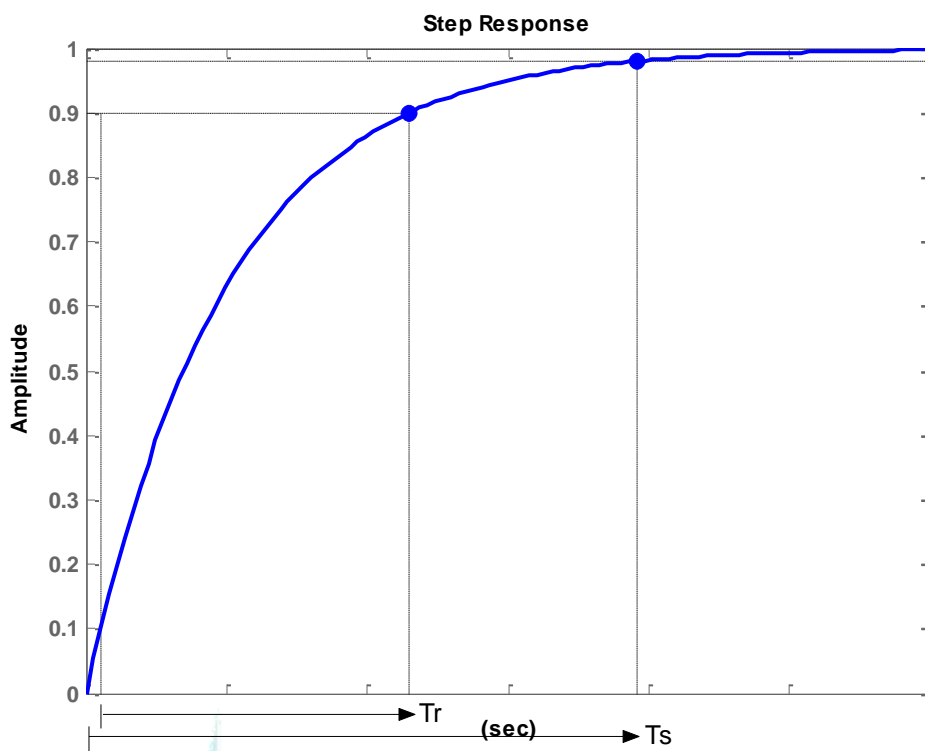
Jika sistem tersebut memiliki input $R(s) = 1/s$, maka:

$$C(s) = R(s)G(s) = \frac{1}{s} \frac{a}{s + a} \quad (6.4)$$

Dengan mengaplikasikan Invers Laplacem respon waktu keluaran sistem, adalah:

$$c(t) = c_f(t) + c_n(t) = 1 - e^{-at} \quad (6.5)$$

Dimana pole dari input pada $s = 0$ membentuk respon paksaan $c_f(t) = 1$, dan pole dari sistem pada $s = -a$ membentuk respon alami $c_n(t) = e^{-at}$. Persamaan (6.5) ini diplot dalam bentuk grafik pada Gambar 6.2.



Gambar 6.2 Respon Waktu Sistem Orde Pertama

Jika $t = 1/a$,

$$e^{-at} \Big|_{t=1/a} = e^{-1} = 0.37 \quad (6.6)$$

Atau

$$c(t) = 1 - e^{-at} \Big|_{t=1/a} = 1 - 0.37 = 0.63 \quad (6.7)$$

Konstanta Waktu, τ

Harga dimana

$$\tau = 1/a \quad (6.8)$$

disebut dengan konstanta waktu (*time constant*) dari respon sistem. Dari persamaan (6.6) dapat dikatakan bahwa konstanta waktu adalah waktu yang diperlukan agar e^{-at} menurun hingga 37% dari harga awalnya. Sedangkan dari persamaan (6.7), dapat dikatakan bahwa konstanta waktu adalah waktu yang diperlukan oleh sistem untuk naik sebesar 63% dari harga awalnya menuju harga tangga satuan.

Waktu Naik, T_r

Waktu naik (*rise time*) didefinisikan sebagai waktu yang diperlukan oleh kurva untuk naik dari 0.1 ke 0.9 dari harga akhirnya. Harga ini didapat dari menurunkan kembali persamaan (6.5), untuk $c(t) = 0.1$ dan $c(t) = 0.9$. Jadi:

$$T_r = \frac{2.31}{a} - \frac{0.11}{a} = \frac{2.2}{a} = 2.2\tau \quad (6.9)$$

Waktu Mantap, T_s

Waktu mantap (*settling time*) didefinisikan sebagai waktu yang diperlukan agar respon mencapai 98% dari harga akhir. Dari persamaan (6.5) pula, didapat bahwa:

$$T_s = \frac{4}{a} = 4\tau \quad (6.10)$$

Contoh 6.3

Jika diketahui sebuah sistem memiliki fungsi alih sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{20}{s + 20}$$

Dimana $R(s) = 1/s$, maka tentukan Konstanta Waktu, Waktu Naik dan Waktu Mantap dan plot keluaran sistem tersebut!

Dari persamaan fungsi alih diatas, maka:

$$a = 20, \text{ sehingga}$$

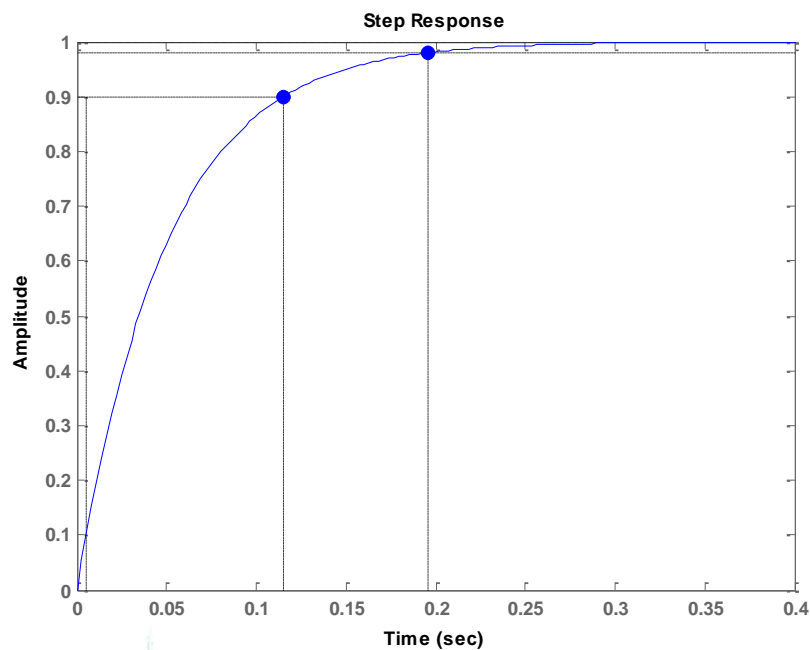
$$\tau = 1/a = 1/20 = 0.05 \text{ s}$$

sehingga:

$$T_r = 2.2 \tau = 2.2 \times 0.05 = 0.11 \text{ s}$$

$$T_s = 4 \tau = 4 \times 0.05 = 0.2 \text{ s}$$

Plot respon waktunya adalah:



6.3. Sistem Orde Kedua (*Second Order System*)

Sebuah Sistem Orde Kedua adalah sistem yang memiliki fungsi alih sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (6.11)$$

Bentuk standar dari persamaan (6.10) adalah:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.12)$$

Dimana ζ adalah rasio redaman dan ω_n adalah frekuensi alami.

Jika $R(s)$ adalah $1/s$, maka:

$$C(s) = R(s)G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (6.13)$$

Dari invers Laplace-nya akan didapat:

$$c(t) = 1 - \frac{1}{\beta} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\beta\omega_n t + \theta) \quad (6.14)$$

Dimana:

$$\beta = \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}(\beta/\zeta)$$

Dari persamaan (6.11) hingga (6.13) tampak bahwa respon sistem banyak dipengaruhi oleh harga rasio redaman, ζ . dimana:

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (6.15)$$

Dari beberapa harga rasio redaman yang mungkin, maka terdapat beberapa respon dari sistem orde kedua, yaitu:

a. Sistem Redaman Lebih (*Overdamped System*)

Yaitu sistem dimana $\zeta > 1$, dan pole dari sistem memiliki harga-harga yang unik dan real, sehingga respon waktunya adalah:

$$c(t) = 1 + k_1 e^{-t/\tau_1} + k_2 e^{-t/\tau_2} \quad (6.16)$$

b. Sistem Redaman Kritis (*Critically Damped System*)

Yaitu sistem dimana $\zeta = 1$, dan pole dari sistem memiliki harga-harga yang sama dan real, sehingga respon waktunya adalah:

$$c(t) = 1 + k_1 e^{-t/\tau} + k_2 t e^{-t/\tau} \quad (6.17)$$

c. Sistem Redaman Kurang (*Underdamped System*)

Yaitu sistem dimana $\zeta < 1$, sehingga respon waktunya adalah:

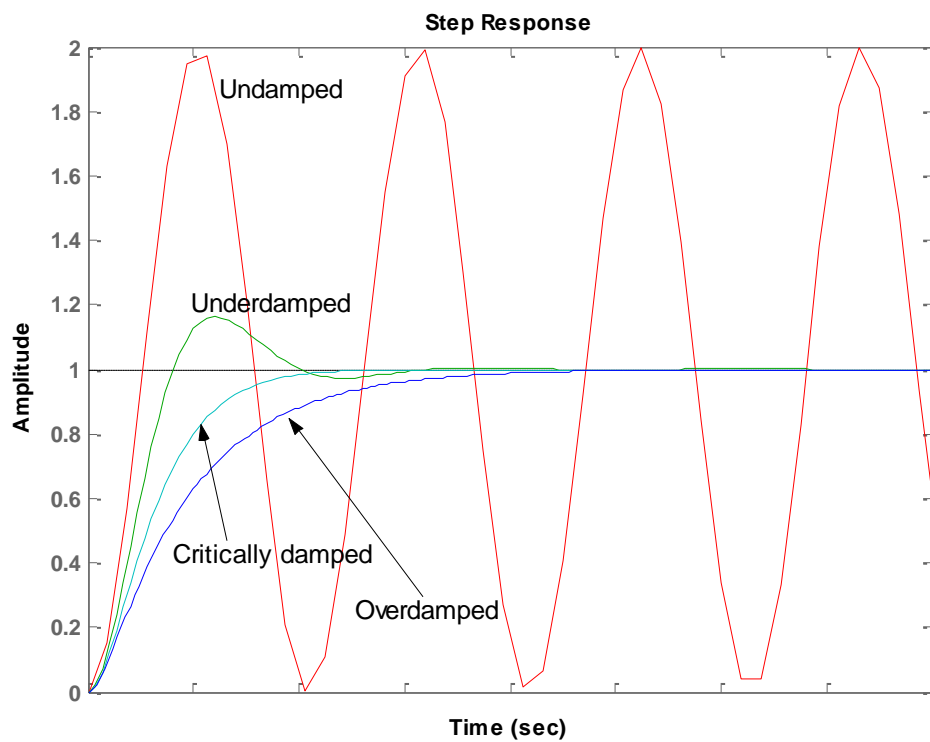
$$c(t) = 1 + A e^{-t/\tau} \cos(\omega_n t - \theta) \quad (6.18)$$

d. Sistem Tak Tereadam (*Undamped System*)

Yaitu sistem dimana $\zeta = 0$, sehingga respon waktunya adalah:

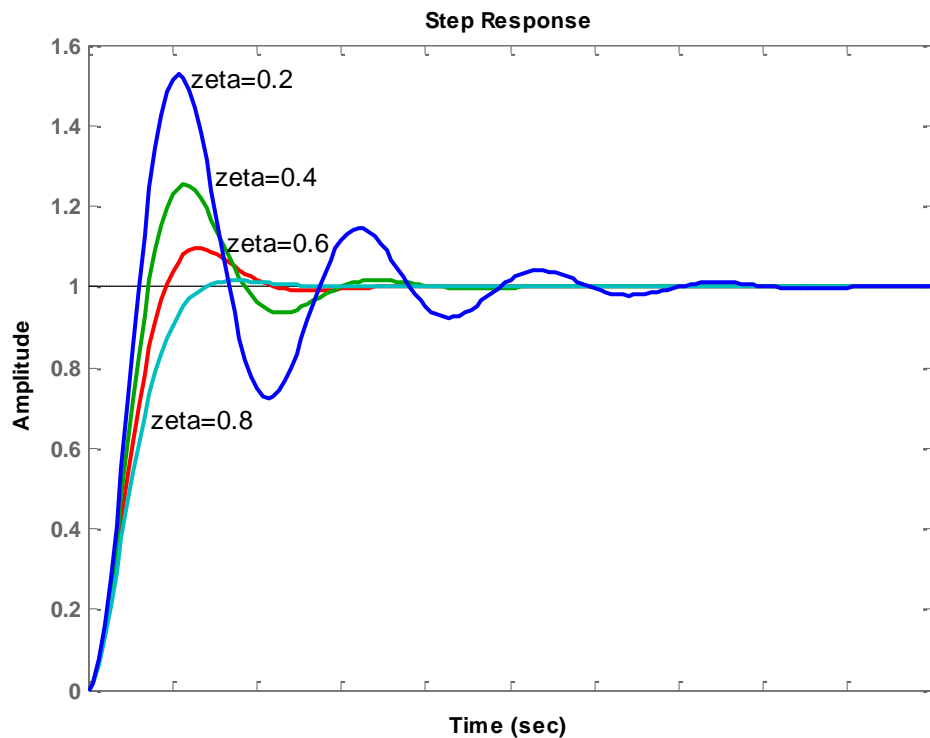
$$c(t) = 1 + A \cos(\omega_n t - \theta) \quad (6.19)$$

Gambar 6.3 memperlihatkan plot respon waktu dari beberapa harga ζ sehingga nampak perbedaan dari masing-masing keluaran sistem orde kedua ini.



Gambar 6.3 Respon Waktu Sistem Orde Kedua

Dari keseluruhan kondisi, Respon Waktu Redaman Kurang (*underdamped*), memiliki beberapa kemungkinan. Jika harga ζ diubah-ubah dari mulai yang kecil sehingga mendekati 1, akan didapatkan plot seperti yang tampak pada Gambar 6.4 di bawah ini.



Gambar 6.4 Respon Waktu Sistem Underdamped untuk beberapa harga ζ

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.

- [7]. Candrawati, Galih.2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P.2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Respon Waktu Orde Kedua

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

07

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Dari kemungkinan-kemungkinan sistem yang ada, sistem Redaman Kurang (*underdamped system*) memiliki sifat dan fitur yang unik dan menarik. Sehingga, sebagian besar analisa dan perancangan sistem orde kedua, mendekatinya dengan menggunakan model redaman kurang ini.

Kompetensi

Mahasiswa dapat memahami dan menghitung Respon waktu orde kedua

RESPON WAKTU ORDE KEDUA

7.1. Sistem Orde Kedua (*Second Order System*)

Sebuah Sistem Orde Kedua adalah sistem yang memiliki fungsi alih sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (7.1)$$

Bentuk standar dari persamaan (7.1) adalah:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (7.2)$$

dimana ζ adalah rasio redaman dan ω_n adalah frekuensi alami.

Jika $R(s)$ adalah $1/s$, maka:

$$C(s) = R(s)G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (7.3)$$

dari invers Laplace-nya akan didapat:

$$c(t) = 1 - \frac{1}{\beta} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\beta\omega_n t + \theta) \quad (7.4)$$

dimana:

$$\beta = \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}(\beta / \zeta)$$

Dari persamaan (7.1) hingga (7.4) tampak bahwa respon sistem banyak dipengaruhi oleh harga rasio redaman, ζ . dimana:

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (7.5)$$

Oleh karena itu, untuk dapat menganalisa sistem, harus diketahui terlebih dahulu harga-harga dari ζ dan ω_n . Harga-harga tersebut dapat diketahui dengan menghubungkan persamaan (7.1) dan (7.2), yaitu:

$$\omega_n = \sqrt{a_0} \quad (7.6)$$

$$\zeta = \frac{a_1}{2\omega_n} \quad (7.7)$$

Contoh 7.1

Jika diketahui sebuah fungsi alih sistem orde kedua, sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{4}{s^2 + 2s + 4}$$

maka tentukan harga ζ dan ω_n serta tentukan jenis keluaran respon waktunya!

Dari persoalan diatas, maka didapat:

$$\omega_n = \sqrt{4} = 2$$

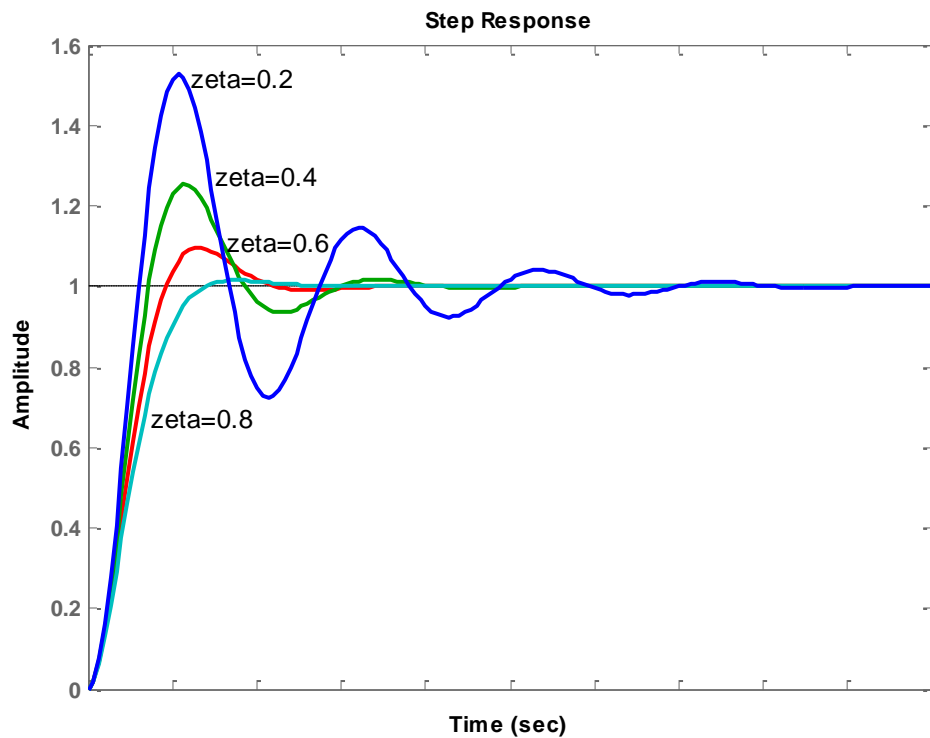
$$\zeta = 2/(2)(2) = 0.5$$

sehingga, sistem adalah orde kedua dengan Redaman Kurang (*Underdamped system*), karena $0 < \zeta < 1$

7.2. Karakteristik Sistem Orde Kedua

Dari kemungkinan-kemungkinan sistem yang ada, sistem Redaman Kurang (*underdamped system*) memiliki sifat dan fitur yang unik dan menarik. Sehingga, sebagian besar analisa dan perancangan sistem orde kedua, mendekatinya dengan menggunakan model redaman kurang ini.

Plot dari sistem redaman kurang dengan beberapa harga ζ dapat dilihat pada Gambar 7.1. Dari gambar tersebut, nampak bahwa semakin besar harga rasio redaman, ζ , sistem semakin berosilasi namun memiliki respon yang semakin cepat.



Gambar 7.1 Respon Waktu Sistem Underdamped untuk beberapa harga ζ

Sifat-sifat sistem orde kedua akan dibahas dalam bentuk beberapa karakteristik, dengan memandang plot umum respon waktu keluaran orde kedua seperti tampak pada Gambar 7.2.

Beberapa karakteristik Sistem Orde Kedua, adalah:

Konstanta Waktu (*Time Constant*), τ

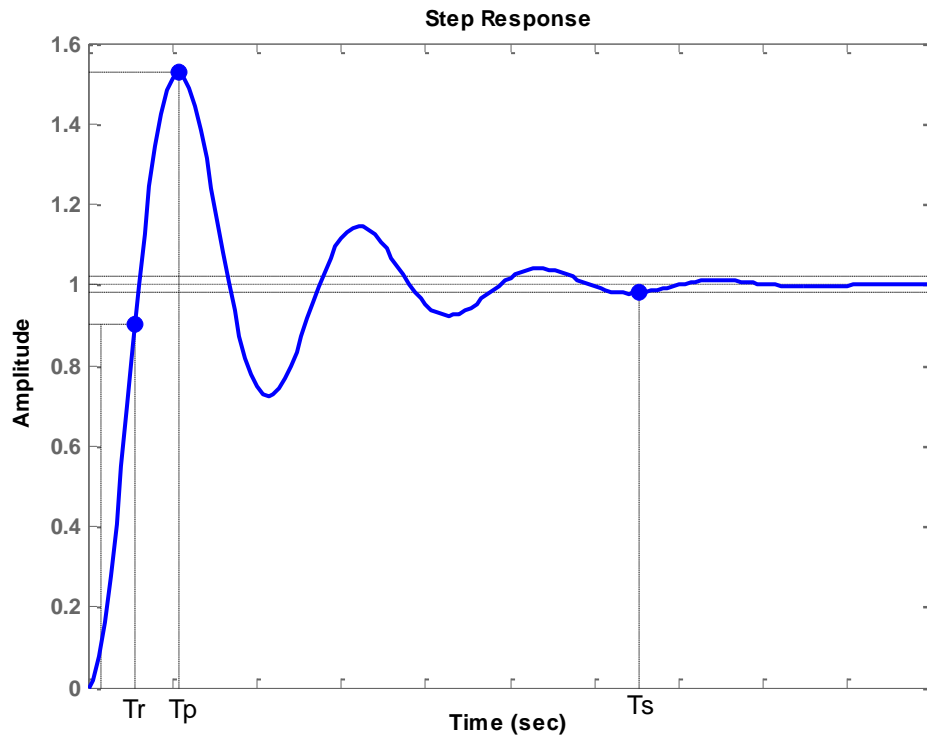
Konstanta Waktu, sebagaimana Sistem Orde Pertama, adalah waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk mencapai keluaran sebesar 0.67 dari harga seharusnya. Harga Konstanta Waktu adalah:

$$\tau = \frac{1}{\zeta\omega_n} \tag{7.8}$$

Waktu Puncak (*Peak Time*), T_p

Yaitu waktu yang dibutuhkan untuk mencapai harga puncak pertama dari sistem, dimana puncak adalah harga maksimum dari keluaran sistem. Harga T_p adalah:

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (7.9)$$



Gambar 7.2 Karakteristik Umum Plot Sistem Orde Kedua

Persentase Tembakan Lebih (% *Overshoot*), %OS

Overshoot terjadi apabila harga keluaran sistem melebihi dari harga yang dikehendaki. Besarnya selisih harga *overshoot* dengan harga yang dikehendaki dalam hitungan persentase inilah yang disebut dengan %OS. Harga persen OS adalah:

$$\%OS = e^{-(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2})} \times 100, \text{ atau} \quad (7.10)$$

$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}} \quad (7.11)$$

Waktu Naik (*Rise Time*), T_r

Yaitu waktu yang dibutuhkan agar sistem naik dari harga 0.1 hingga 0.9 dari harga yang dikehendaki. Namun, tidak dapat diketemukan hubungan langsung antara ζ , ω_n dengan harga T_r .

Waktu Mantap (*Settling Time*), T_s

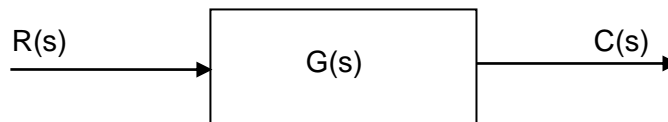
Yaitu waktu yang diperlukan agar sistem mendekati harga yang dikehendaki, dengan toleransi kesalahan $\pm 2\%$. Biasanya, T_s didekati dengan harga:

$$T_s = 4\tau = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (7.12)$$

Berikut ini ditampilkan beberapa contoh perhitungan dan perancangan karakteristik sistem orde 2.

Contoh 7.2

Sebuah sistem memiliki blok diagram sebagai berikut:



dengan fungsi alih, $G(s)$ sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{120}{s^2 + 12s + 120}$$

tentukan harga-harga berikut ini: ζ , ω_n , τ , T_p , T_s dan %OS!

maka:

$$\omega_n = \sqrt{120} = 10.95$$

$$\zeta = 12/(2)(10.95) = 0.55$$

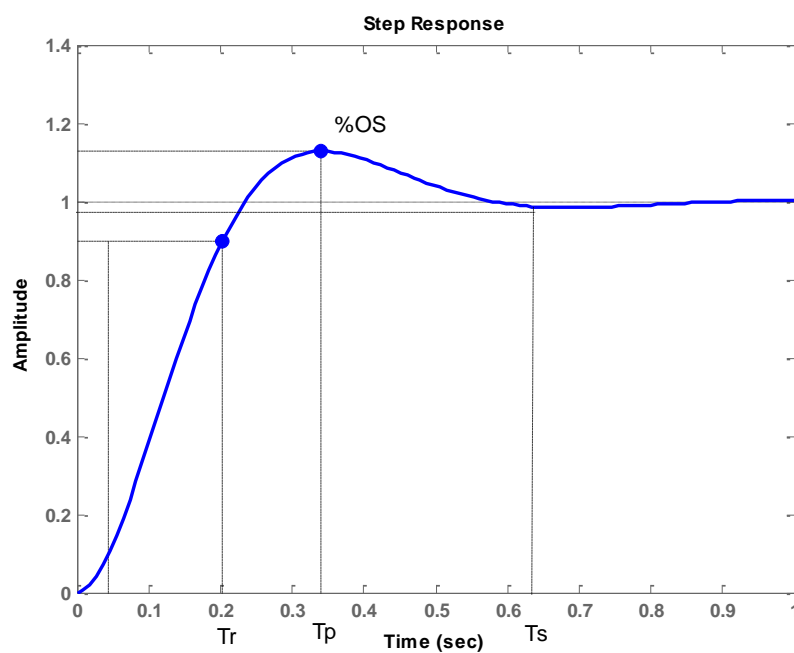
$$\tau = 1/(\omega_n)(\zeta) = 1/(10.95)(0.55) = 0.16 \text{ s}$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{3.14}{10.95 \sqrt{1-0.55^2}} = 0.34s$$

$$T_s = 4\tau = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 4 \times 0.16 = 0.64s, \text{ dan}$$

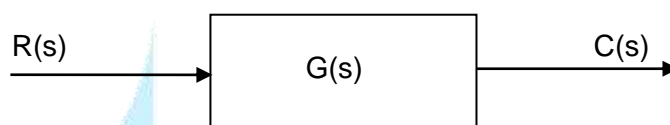
$$\begin{aligned} \%OS &= e^{-(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2})} \times 100 = e^{-(0.55 \times 3.14)/\sqrt{1-0.55^2}} \times 100 \\ &= e^{-2.06} \times 100 = 0.127 \times 100 = 12.75\% \end{aligned}$$

Plot dari sistem orde kedua tersebut adalah:



Contoh 7.3

Sebagaimana Contoh 7.2, tentukan pula karakteristik sistem orde kedua dari blok diagram berikut ini:



dengan fungsi alih, $G(s)$ sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 15s + 100}$$

maka:

$$\omega_n = 10$$

$$\zeta = 0.75$$

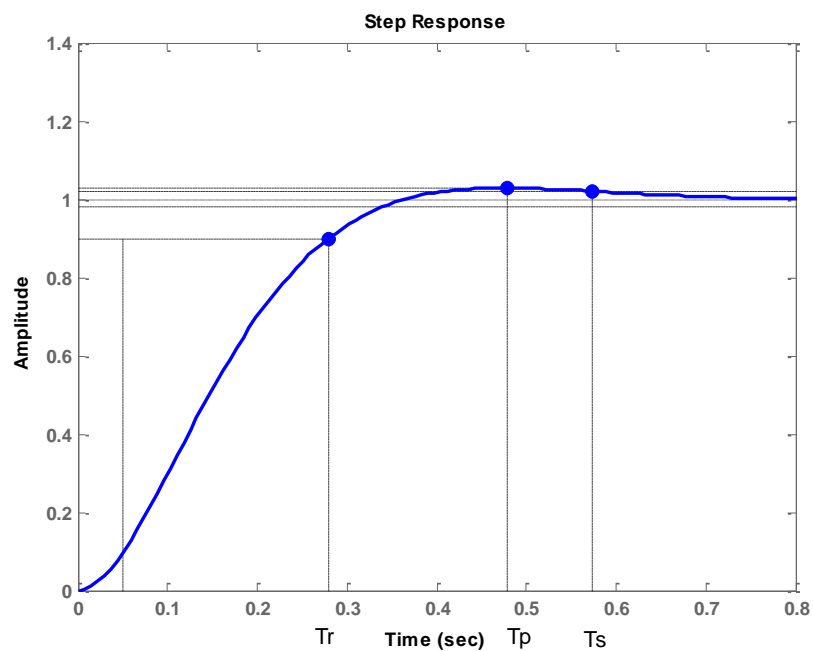
$$\tau = 0.133 \text{ s}$$

$$T_p = 0.475 \text{ s}$$

$$T_s = 0.535 \text{ s}$$

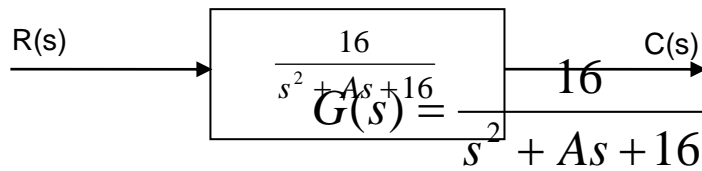
$$\%OS = 2.838 \%$$

Plot respon keluaran sistem adalah:



Contoh 7.4

Jika diketahui sebuah blok diagram sistem orde kedua, sebagai berikut:



berarti fungsi alih sistem adalah:

$$G(s) = \frac{16}{s^2 + As + 16}$$

dimana diketahui bahwa %OS adalah 30%. Maka, tentukan harga ω_n , ζ , τ , T_p , T_s dan A !

Dari persamaan (7.11):

$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}}$$

$$\zeta = \frac{-\ln(0.3)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(0.3)}} = 0.35$$

$$\omega_n = \sqrt{16} = 4$$

$$\tau = 0.71 \text{ s}$$

$$T_p = 0.82 \text{ s}$$

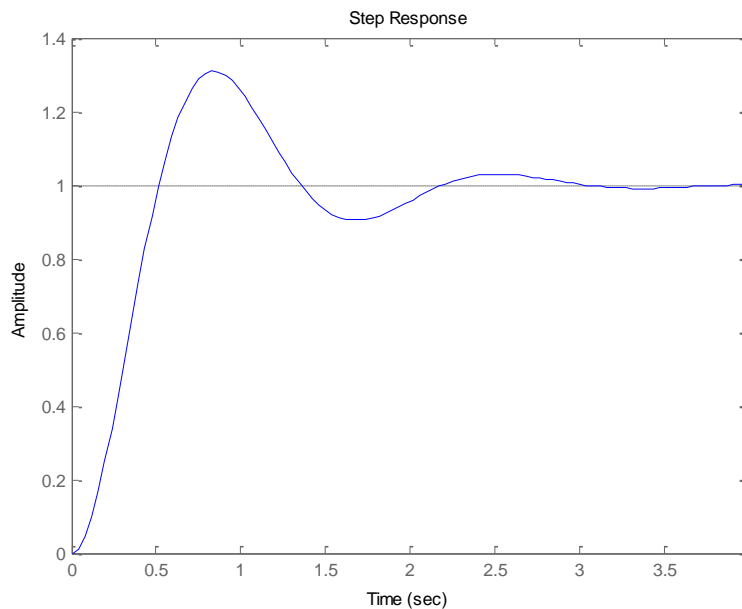
$$T_s = 2.84 \text{ s}$$

$$A = 2 \zeta \omega_n = 2 (0.35) (4) = 2.8$$

Sehingga, Fungsi Alih sistem lengkapnya adalah sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{16}{s^2 + 2.8s + 16}$$

Fungsi alih ini, jika diplot respon waktunya ditunjukkan pada gambar di bawah ini. Pada gambar tersebut, tampak bahwa respon paksaan adalah menuju harga 1 (*Unit Step*). Sedangkan, *overshoot* terjadi sekitar pada waktu $T_p = 0.8$ s dengan persentase sebesar 30 % (*overshoot* terjadi hingga respon mendekati 1.3). Disamping itu, sistem akan mencapai keadaan mantap pada waktu $T_s = 2.8$ s. Hal ini membuktikan bahwa perhitungan dan perancangan harga A telah sesuai dengan karakteristik yang diinginkan.



Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, "Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia". Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, "Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia". Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B "Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd", Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Dasar-dasar Kestabilan Sistem

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

08

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Satu diantara pertanyaan yang cukup sulit untuk dijawab sehubungan dengan sistem fisik adalah mengenai kestabilan sistem. Biasanya, kestabilan sistem diartikan dengan kemampuan untuk mengendalikan sistem tersebut. Sistem yang stabil diharapkan mampu merespon input yang diaplikasikan dengan keluaran yang dapat dipertanggungjawabkan. Secara teknis, sistem disebut stabil apabila setiap diberikan masukan yang tertentu pada sistem tersebut akan menghasilkan keluaran yang mengarah kepada nilai tertentu pula (*bounded input, bounded output, BIBO*).

Kompetensi

Mahasiswa dapat memahami system kestabilan, metode respon waktu system dan letak pole

DASAR-DASAR KESTABILAN SISTEM

8.1. DEFINISI KESTABILAN SISTEM

Satu diantara pertanyaan yang cukup sulit untuk dijawab sehubungan dengan sistem fisik adalah mengenai kestabilan sistem. Biasanya, kestabilan sistem diartikan dengan kemampuan untuk mengendalikan sistem tersebut. Sistem yang stabil diharapkan mampu merespon input yang diaplikasikan dengan keluaran yang dapat dipertanggungjawabkan. Secara teknis, sistem disebut stabil apabila setiap diberikan masukan yang tertentu pada sistem tersebut akan menghasilkan keluaran yang mengarah kepada nilai tertentu pula (*bounded input, bounded output, BIBO*).

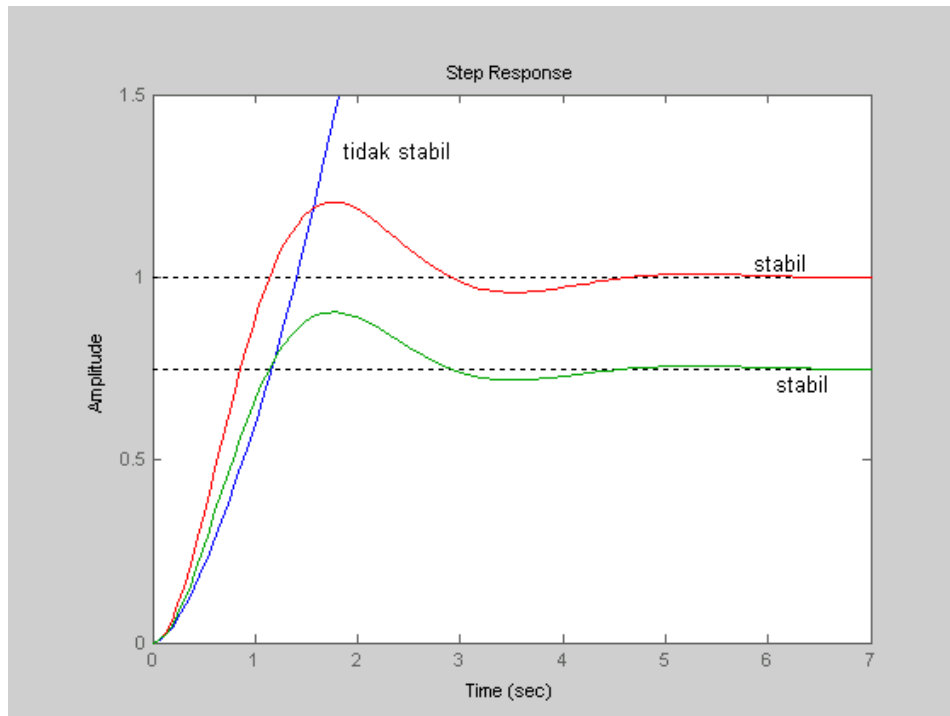
Sebuah ilustrasi di bawah ini menggambarkan definisi kestabilan. Jika seseorang sedang menaiki gedung bertingkat menggunakan lift, maka ia akan menekan tombol yang menunjukkan lantai yang akan dikunjungi. Jika lift berhenti tepat pada lantai yang dikehendaki, maka sistem dikatakan stabil. Demikian juga jika lift berhenti pada satu lantai di atas atau di bawah dari lantai yang dikehendaki, sistem juga tetap dikatakan stabil. Karena, lift masih berhenti di harga (lantai) tertentu. Namun, jika lift tidak berhenti sehingga lantai terakhir, sistem lift tersebut dikatakan tidak stabil.

Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk menentukan kestabilan sistem, yaitu: respon sistem, letak pole dan Kriteria Routh-Hurwitz. Modul ini akan membahas metode-metoda ini.

8.2. METODE RESPON WAKTU SISTEM

Cara termudah untuk menentukan apakah sebuah sistem stabil atau tidak adalah dengan melihat respon waktu dari sistem tersebut. Sesuai dengan definisi diatas, sistem akan stabil jika respon waktu dari sistem tersebut mengarah kepada harga tertentu. Jika tidak, sistem tersebut dikatakan tidak stabil.

Gambar 8.1 memperlihatkan beberapa sistem dari sebuah sistem kontrol. Dari gambar tersebut, terdapat sistem yang stabil (*stable*), sistem yang tidak stabil (*unstable*) dan sistem yang stabil marginal (*marginally stable*). Sekali lagi ditekankan, kestabilan sistem berhubungan dengan keluaran sistem yang mengarah ke harga tertentu (tidak harus sesuai dengan harga masukannya).

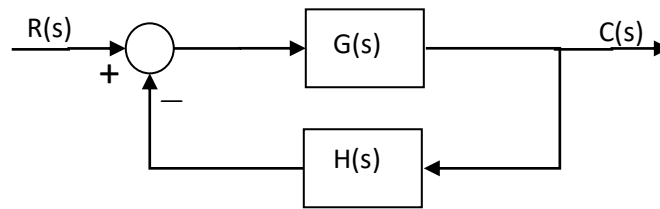


Gambar 8.1. Kestabilan Sistem dari Respon Sistem

Namun, cara ini tidak sederhana untuk diterapkan. Karena, harus didapatkan terlebih dahulu respon sistem, sejak respon transien hingga respon keadaan tunak (*steady state*). Sebab, kestabilan baru diketahui apabila diamati respon keadaan tunaknya. Hal ini memerlukan waktu yang cukup panjang dan energi yang banyak. Bayangkan, jika sistem yang mau dianalisa kestabilannya adalah sistem pemanas dengan harga referensi 3000°C. Oleh karena itu, diperlukan metode lain untuk menganalisa kestabilan sistem tanpa harus membuang waktu dan energi.

8.3. METODE LETAK POLE

Jika terdapat sebuah sistem kontrol yang memiliki blok diagram seperti yang ditampilkan pada Gambar 8.2 di bawah ini.



Gambar 8.2 Blok Diagram Sistem Kontrol

maka Fungsi Alih sistem lup terbukanya adalah:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (8.1)$$

dan, keluaran sistemnya adalah:

$$C(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (8.2)$$

yang dapat berbentuk

$$C(s) = \frac{k_1}{s + p_1} + \frac{k_2}{s + p_2} + \dots + \frac{k_n}{s + p_n} + C_r(s) \quad (8.3)$$

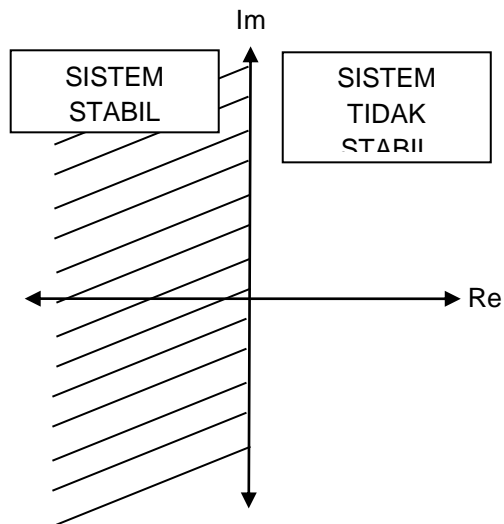
dimana $C(s)$ adalah penjumlahan dari beberapa ekspansi pecahan parsial (*PFE*), p_1, p_2, \dots, p_n adalah harga-harga *pole* dari sistem dan $C_r(s)$ adalah respon paksaan sistem.

Maka, Inverse Transformasi Laplace dari persamaan (8.3) yang merupakan respon waktu dari sistem tersebut, adalah:

$$c(t) = k_1 e^{-p_1 t} + k_2 e^{-p_2 t} + \dots + k_n e^{-p_n t} + c_r(t) \quad (8.4)$$

Jika seluruh *pole* dari persamaan (8.4) berharga negatif, maka sistem akan mengarah (eksponensial negatif, teredam) kepada harga tertentu, yaitu $c_r(t)$. Sebaliknya, jika terdapat sebuah saja *pole* yang berharga positif, maka sistem tidak akan mengarah kepada harga tertentu (eksponensial positif).

Dari gejala tersebut, dapat disimpulkan bahwa sistem akan stabil jika seluruh akar (*pole*) dari persamaan karakteristik sistem adalah positif atau terletak di sebelah kiri bidang s . Sebaliknya, sistem akan tidak stabil jika terdapat minimal satu buah *pole* yang positif atau terdapat di sebelah kanan bidang s . Kesimpulan ini dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 8.3. Kestabilan Sistem berdasarkan Letak Pole pada Bidang-S

Berikut ini dipaparkan beberapa contoh perhitungan untuk menganalisa kestabilan sistem.

Contoh 8.1.

Sebuah sistem memiliki fungsi alih lup tertutup seperti di bawah ini:

$$T(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 2}$$

maka persamaan karakteristik sistemnya adalah:

$$PK = s^2 + 3s + 2 = 0, \text{ atau}$$

$$(s + 1)(s + 2) = 0$$

sehingga akar-akar persamaan karakteristiknya adalah $s = -1$ dan $s = -2$. Karena semua akar-akarnya adalah terletak di sebelah kiri bidang s , maka sistem stabil.

Contoh 8.2.

Sementara sistem kontrol yang lain, memiliki fungsi alih lup tertutup seperti di bawah ini:

$$T(s) = \frac{10(s+24)}{(s+1)(s-3)(s+4)}$$

maka persamaan karakteristiknya adalah:

$$(s+1)(s-3)(s+4) = 0$$

sehingga akar-akarnya adalah $s = -1$, $s = 3$ dan $s = -4$. Karena ada sebuah akar yang terletak di sebelah kanan bidang s , maka sistem tidak stabil.

Contoh 8.3

Sementara sistem kontrol yang lain, memiliki fungsi alih lup tertutup seperti di bawah ini:

$$T(s) = \frac{2(s+14)}{s(s+1)(s+4)}$$

maka persamaan karakteristiknya adalah:

$$s(s+1)(s+4) = 0$$

sehingga akar-akarnya adalah $s = 0$, $s = -1$, dan $s = -4$. Karena ada sebuah akar yang terletak pada sumbu imajiner bidang s , maka sistem stabil marginal

Untuk memperjelas hasil analisa kestabilan sistem pada Contoh 8.1 hingga 8.3, ditampilkan respon sistem dari ketiga sistem diatas. Namun, cara ini dapat dilakukan hanya untuk sistem dengan Persamaan Karakteristik yang bisa difaktorkan. Sehingga, harga *pole* akan dengan mudah diketahui. Apabila Persamaan Karakteristik merupakan persamaan yang tidak bisa difaktorkan, maka cara ini sukar untuk dilakukan.

8.4. KRITERIA ROUTH-HURWITZ

Kriteria Routh-Hurwitz adalah sebuah prosedur analitik untuk menentukan apakah semua akar-akar persamaan karakteristik sistem terletak di sebelah kiri, sehingga dapat menentukan kestabilan sebuah sistem. Kriteria ini memberikan jumlah akar-akar persamaan karakteristik sistem yang terletak di sebelah kanan bidang s .

Kriteria Routh-Hurwitz diaplikasikan melalui beberapa tahapan. Tahap awal adalah menghasilkan persamaan karakteristik yang berbentuk sebuah polinomial dari blok diagram sistem yang akan dianalisa, seperti di bawah ini:

$$PK = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (8.5)$$

Kemudian, tahap berikutnya adalah menyusun persamaan karakteristik tersebut dalam susunan matriks, yang dikenal dengan istilah Array Routh. Pada array Routh ini, 2 (dua) baris pertamanya adalah koefisien-koefisien dari polinomial persamaan karakteristik diatas, persamaan (8.5), seperti array di bawah ini.

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	\dots
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	\dots
$:$	$:$	$:$		
$:$	$:$	$:$		
s^2	k_1	k_2		

Gambar 8.4 Array Routh

Kolom-kolom yang berasal dari polinomial persamaan karakteristik, diletakkan sesuai dengan array Routh diatas. Sedangkan variabel lainnya, mengikuti aturan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= -\frac{1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} & b_2 &= -\frac{1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix} & \dots \\
 c_1 &= -\frac{1}{b_1} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} & c_2 &= -\frac{1}{b_1} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} & \dots
 \end{aligned} \quad (8.6)$$

Demikian seterusnya hingga baris terakhir. Dua baris terakhir hanya memiliki satu elemen, dua baris sebelumnya memiliki dua elemen, dan seterusnya.

Terakhir, menurut kriteria Routh Hurwitz, jumlah akar-akar persamaan karakteristik yang terletak di sebelah kanan bidang s sama dengan jumlah perubahan tanda pada kolom pertama dari array Routh. Dari kesimpulan ini, akan dapat ditentukan kestabilan sistem.

Beberapa contoh perhitungan analisa kestabilan sistem dengan menggunakan kriteria Routh Hurwitz akan dipaparkan berikut ini.

Contoh 8.4

Sebuah persamaan karakteristik sistem adalah sebagai berikut:

$$Q(s) = (s + 2)(s^2 - s + 4) = s^3 + s^2 + 2s + 8$$

maka, array Routh-nya adalah:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 2 \\ s^2 & 1 & 8 \\ s^1 & -6 & \end{array}$$

dimana:

$$b_1 = -\frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = -6, \quad c_1 = -\frac{1}{-6} \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ -6 & 0 \end{vmatrix} = 8$$

karena pada kolom pertama terdapat **2 buah perubahan tanda** (dari 1 ke -6 dan dari -6 ke 8), maka sistem tersebut memiliki **2 (dua) buah pole** yang terletak di sebelah kanan bidang s. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa sistem diatas adalah tidak stabil.

Contoh 8.5

Sebuah persamaan karakteristik sistem adalah sebagai berikut:

$$Q(s) = s^3 + 2s^2 + 3s - 1$$

maka, array Routh-nya adalah:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 3 \\ s^2 & 2 & -1 \\ s^1 & 3.5 & \end{array}$$

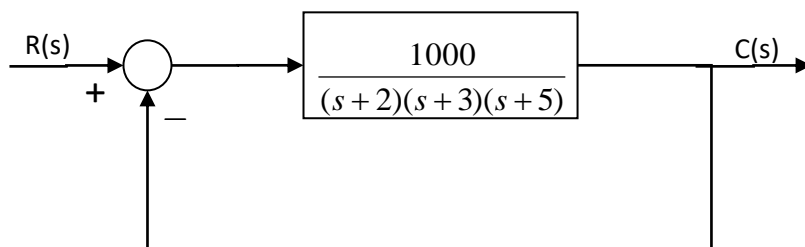
dimana:

$$b_1 = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 3.5, \quad c_1 = -\frac{1}{3.5} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3.5 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

karena pada kolom pertama terdapat 1 buah perubahan tanda, maka sistem tersebut memiliki 1 (satu) buah akar persamaan karakteristik yang terletak di sebelah kanan bidang s. Jadi, dapat disimpulkan sistem diatas adalah tidak stabil.

Contoh 8.6

Sebuah Sistem Kontrol memiliki blok diagram seperti di bawah ini:



Gambar 8.5. Blok Diagram Contoh 8.6

maka:

$$G(s) = \frac{1000}{(s+2)(s+3)(s+5)} = \frac{1000}{s^3 + 10s^2 + 31s + 30}$$

sehingga Fungsi Alih Tertutupnya adalah:

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{1000}{s^3 + 10s^2 + 31s + 1030}$$

dan Persamaan Karakteristiknya adalah:

$$PK = s^3 + 10s^2 + 31s + 1030$$

maka, array Routh-nya adalah:

s^3	1	31
s^2	10 1	1030 103
s^1	-72	0

karena:

$$b_1 = -\frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 31 \\ 1 & 103 \end{vmatrix} = -72, \quad b_2 = -\frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$c_1 = -\frac{1}{-72} \begin{vmatrix} 1 & 103 \\ -72 & 0 \end{vmatrix} = 103, \quad c_2 = -\frac{1}{-72} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -72 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Pada baris kedua (s^2) terdapat perubahan harga karena ada pengalian dengan 1/10. Hal ini diperbolehkan untuk mempermudah proses perhitungan pencarian harga pada array Routh. Dari harga-harga array Routh pada kolom pertama, terdapat 2 (dua) kali perubahan tanda. Hal ini berarti terdapat 2 (dua) buah *pole* di sebelah kanan. Jadi dapat disimpulkan, bahwa sistem kontrol diatas tidak stabil.

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Dasar-dasar Kestabilan Sistem (Lanjutan)

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

09

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Satu diantara pertanyaan yang cukup sulit untuk dijawab sehubungan dengan sistem fisik adalah mengenai kestabilan sistem. Biasanya, kestabilan sistem diartikan dengan kemampuan untuk mengendalikan sistem tersebut. Sistem yang stabil diharapkan mampu merespon input yang diaplikasikan dengan keluaran yang dapat dipertanggungjawabkan. Secara teknis, sistem disebut stabil apabila setiap diberikan masukan yang tertentu pada sistem tersebut akan menghasilkan keluaran yang mengarah kepada nilai tertentu pula (*bounded input, bounded output, BIBO*).

Kompetensi

Mahasiswa dapat memahami system kestabilan, metode respon waktu system dan letak pole

DASAR-DASAR KESTABILAN SISTEM (LANJUTAN)

perubahan tanda elemen pada kolom pertama array Routh, sebagaimana yang telah dibahas pada Modul 8.

Beberapa contoh kasus di atas dibahas pada bagian berikut ini.

Contoh 9.1

Diketahui sebuah sistem kontrol memiliki persamaan karakteristik seperti di bawah ini:

$$Q(s) = s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10$$

Perhitungan array Routh-nya adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & 1 & 2 & 11 \\ s^4 & 2 & 4 & 10 \\ s^3 & \theta\rho & 6 & \\ s^2 & -12/\rho & & \\ s^1 & & & \\ s^0 & & & \end{array}$$

dimana:

$$\begin{aligned} b_1 &= -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0 & b_2 &= -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 11 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 6 \\ c_1 &= -\frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ \rho & 6 \end{vmatrix} = -\frac{12}{\rho} & c_2 &= -\frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} 2 & 10 \\ \rho & 0 \end{vmatrix} = 10 \\ d_1 &= \frac{\rho}{12} \begin{vmatrix} \rho & 6 \\ -12/\rho & 10 \end{vmatrix} = 6 \\ e_1 &= -\frac{1}{6} \begin{vmatrix} -12/\rho & 10 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = 10 \end{aligned}$$

Jika, harga ρ dianggap positif, maka terjadi 2 (dua) buah perubahan tanda pada kolom pertama array Routh, yaitu dari s^3 ke s^2 dan dari s^2 ke s^1 . Hal ini berarti jumlah akar-akar

polinomial persamaan karakteristik yang terletak di sebelah kanan bidang s berjumlah 2 (dua) buah. Sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa sistem tidak stabil.

Pada perhitungan diatas, harga ρ dipilih mendekati nol. Cara ini mempermudah perhitungan dan penentuan array Routh secara lengkap. Secara keseluruhan, hasil perhitungan pada kasus kedua ini akan memiliki kesimpulan tentang kestabilan sistem yang sama.

Contoh 9.2

Sebuah sistem kontrol memiliki fungsi alih tertutup, $T(s)$, sebagai berikut:

$$Q(s) = s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 5s + 3$$

maka berdasarkan kriteria Routh Hurwitz, tentukan kestabilan sistemnya!

Tabel Routh-nya adalah sebagai berikut:

s^5	1	3	5
s^4	2	6	3
s^3	0ρ	$7/2$	
s^2	$-7/\rho$		
s^1			

dimana:

$$b_1 = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 0, \rho \qquad b_2 = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = \frac{7}{2}$$

$$c_1 = -\frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ \rho & 7/2 \end{vmatrix} = \frac{6\rho - 7}{\rho} = -\frac{7}{\rho} \qquad c_2 = -\frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ \rho & 0 \end{vmatrix} = 3$$

$$d_1 = \frac{\rho}{7} \begin{vmatrix} \rho & 7/2 \\ -7/\rho & 3 \end{vmatrix} = \frac{42\rho - 49 - 6\rho^2}{12\rho - 14} = 7/2$$

$$e_1 = -\frac{2}{7} \begin{vmatrix} -7/\rho & 3 \\ 7/2 & 0 \end{vmatrix} = 3$$

Jika, harga ρ dianggap positif, maka terjadi 2 (dua) buah perubahan tanda pada kolom pertama array Routh, yaitu dari s^3 ke s^2 dan dari s^2 ke s^1 . Sedangkan jika harga ρ dianggap negatif, juga terjadi 2 (dua) buah perubahan tanda pada kolom pertama array Routh pada tempat yang sama. Hal ini berarti jumlah akar-akar polinomial persamaan karakteristik yang terletak di sebelah kanan bidang s berjumlah 2 (dua) buah. Sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem tidak stabil.

9.3. KASUS KETIGA

Kasus ketiga terjadi apabila salah satu baris diantara keseluruhan baris dari array Routh memiliki elemen-elemen yang semuanya berharga nol. Cara pada kasus kedua tidak dapat diaplikasikan pada kasus ini. Oleh karena itu diperlukan cara lain untuk menyelesaikan kasus ketiga ini.

Untuk dapat mencari penyelesaian kasus ini, perhatikan sebuah contoh sederhana di bawah ini.

Contoh 9.3

Misalkan terdapat sebuah persamaan karakteristik sistem seperti di bawah ini:

$$Q(s) = s^2 + 1$$

Sistem tersebut memiliki akar-akar yang terletak pada sumbu imajiner dan berarti sistem stabil marjinal. Array Routh dari sistem tersebut adalah:

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1 & 1 \\ s^1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

dimana baris s^1 memiliki elemen yang semuanya berharga nol. Jika dicoba dengan cara pada kasus kedua, array Routh tidak dapat dilengkapi karena elemen nol terdapat pada kolom pertama.

Contoh 9.4

Persamaan karakteristik sistem tampak berikut ini:

$$Q(s) = (s + 1)(s^2 + 2) = s^3 + s^2 + 2s + 2$$

maka, array Routh-nya adalah:

s^3		1	2
s^2		1	2
s^1		0	

Sekali lagi tampak pada array Routh diatas, bahwa baris s^1 memiliki elemen yang semuanya berharga nol, sehingga array Routh ini tidak dapat dilengkapi.

Untuk menyelesaikan kasus ini, maka terdapat beberapa tahapan. Anggaplah, baris yang terdapat semua elemennya zero adalah baris s^i . Kemudian, tambahkan elemen polonomial dengan cara mendiferensialkan fungsi pada baris s^{i-1} (baris sebelumnya) terhadap s untuk mengganti elemen pada baris s^i . Setelah itu, penghitungan dilanjutkan seperti pada kasus pertama.

Beberapa contoh dipaparkan berikut ini untuk lebih memahami proses penganalisaan kestabilan sistem pada kasus diatas.

Contoh 9.5

Terdapat sebuah persamaan karakteristik dari sistem kontrol seperti di bawah ini:

$$Q(s) = s^4 + s^3 + 3s^2 + 2s + 2$$

maka array Routh-nya adalah:

$$\begin{array}{c|ccc}
 s^4 & 1 & 3 & 2 \\
 s^3 & 1 & 2 & \\
 s^2 & 1 & 2 & \\
 s^1 & 0 & 2 &
 \end{array}$$

dimana:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= -\frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 & \quad & b_2 = -\frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \\
 c_1 &= -\frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 & \quad & \frac{d}{ds}(s^2 + 2) = 2s, \quad c_1 = 2 \\
 d_1 &= -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 2
 \end{aligned}$$

sehingga, tidak ada perubahan tanda pada kolom pertama dari array Routh. Jadi, tidak ada akar-akar persamaan karakteristik yang terletak di sebelah kanan bidang s . Sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem stabil.

Contoh 9.6

Terdapat sebuah fungsi alih tertutup dari sistem kontrol seperti di bawah ini:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10}{s^5 + 7s^4 + 6s^3 + 42s^2 + 8s + 56}$$

sehingga persamaan karakteristiknya adalah:

$$Q(s) = s^5 + 7s^4 + 6s^3 + 42s^2 + 8s + 56$$

maka array Routh-nya adalah:

s^5	1	6	8
s^4	7	42	56
s^3	0	12	0
s^2	3	8	0
s^1	1	0	0
s^0	1	0	0

Pada baris s^4 , semua elemennya berharga nol (setelah semua elemen tersebut dikalikan dengan 1/7). Sehingga, baris tersebut didiferensialkan terhadap s:

$$\frac{d}{ds}(s^4 + 6s^2 + 8) = 4s^3 + 12s + 0$$

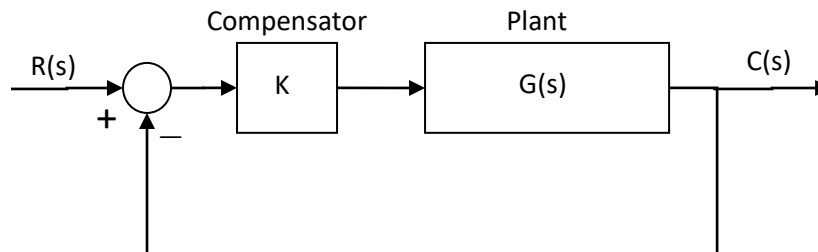
kemudian, setelah baris ini dikalikan dengan 1/4, akan menghasilkan:

$$\begin{aligned} b_1 &= 1 & b_2 &= 3 & b_3 &= 0 \\ c_1 &= -\frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 & c_2 &= -\frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 8 \\ d_1 &= -\frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 1/3 & d_2 &= -\frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 \\ e_1 &= -3 \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 1/3 & 0 \end{vmatrix} = 8 \end{aligned}$$

sehingga, tidak ada perubahan tanda pada kolom pertama dari array Routh. Jadi, tidak ada akar-akar persamaan karakteristik yang terletak di sebelah kanan bidang s. Sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem stabil.

9.4. APLIKASI KRITERIA ROUTH-HURWITZ UNTUK PERANCANGAN PENGUATAN SISTEM

Kriteria Routh-Hurwitz juga dapat diaplikasikan untuk merancang sebuah sistem kontrol. Bila terdapat sebuah sistem yang memiliki blok diagram seperti di bawah ini:



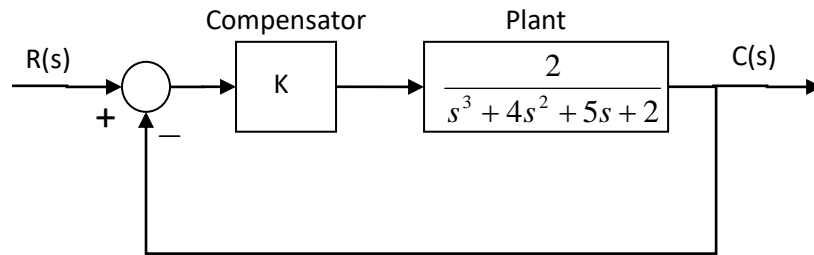
Gambar 9.1. Blok sebuah Sistem Kontrol

dimana K adalah harga Penguatan (*Gain*) untuk memberikan kompensasi pada sistem dan $G(s)$ adalah Fungsi Alih sistem. Sehingga, fungsi alih tertutup dan persamaan karakteristik sistem diatas akan mengandung nilai K . Jika koefisien-koefisien persamaan karakteristik disusun untuk membentuk array Routh, nilai K juga akan muncul pada kolom-kolomnya. Maka, jika sistem dikehendaki dalam keadaan stabil semua harga pada kolom pertama, yang mengandung nilai K harus positif. Dari syarat ini, akan dapat ditentukan batasan (*range*) dari nilai K agar sistem tetap dalam keadaan stabil.

Contoh berikut ini menggambarkan proses penentuan batasan nilai K agar sistem tetap dalam keadaan stabil.

Contoh 9.7

Terdapat sebuah fungsi alih tertutup dari sistem kontrol seperti di bawah ini:



Gambar 9.2 Sebuah Blok Diagram Sistem Kontrol

dimana terdapat sebuah penguatan K dan fungsi alih sistem:

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2}$$

maka fungsi alih lup tertutupnya adalah:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2K}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2 + 2K}$$

dan persamaan karakteristiknya adalah:

$$Q(s) = s^3 + 4s^2 + 5s + 2 + 2K = 0$$

sehingga array Routh-nya adalah:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 5 \\ s^2 & 4 & 2+2K \\ s^1 & (18-2K)/4 & \end{array}$$

dimana:

$$b_1 = -\frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 2+2K \end{vmatrix} = -\frac{1}{4} (2 + 2K - 20) = (18 - 2K) / 4$$

$$c_1 = -\frac{4}{(18-2K)} \begin{vmatrix} 4 & 2+2K \\ (18-2K)/4 & 0 \end{vmatrix} = 2 + 2K$$

Agar sistem stabil, maka semua elemen pada kolom pertama harus lebih dari 0, maka syarat pertamanya adalah harga elemen pada baris s^1 harus positif, yaitu:

$$\frac{18-2K}{4} > 0,$$

$$18-2K > 0$$

$$2K < 18$$

$$K < 9$$

dan syarat kedua adalah harga elemen pada baris s^0 juga harus positif, yaitu:

$$2 + 2K > 0,$$

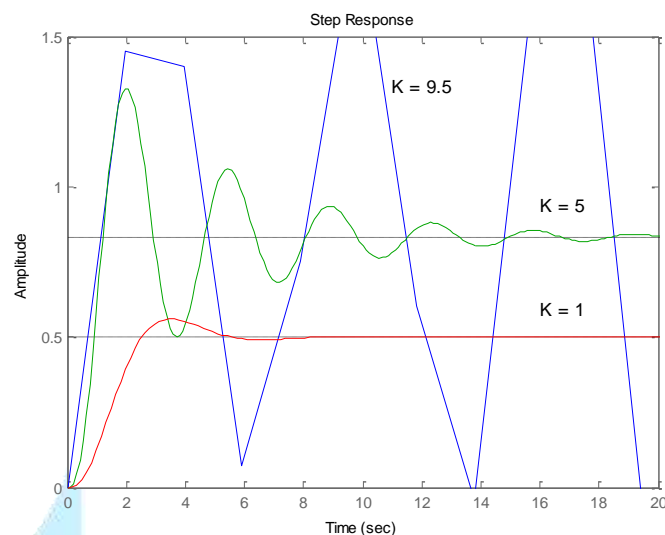
$$2K > -2$$

$$K > -1$$

Sehingga, dari syarat pertama dan kedua, agar sistem tetap stabil harga K adalah:

$$-1 < K < 9$$

Gambar 9.3 di bawah ini menampilkan respon waktu dari sistem kontrol diatas dengan harga K yang diubah-ubah. Gambar tersebut menunjukkan bahwa pada saat $K = 1$, sistem stabil. Demikian juga, sistem akan stabil pada saat $K = 5$. Karena kedua nilai K ini berada pada syarat-syarat kestabilan sistem. Namun, ketika harga $K = 9.5$, dimana harga ini sedikit saja di luar dari syarat-syarat kestabilan sistem, sistem menunjukkan ketidakstabilannya.



Gambar 9.3. Sistem Kontrol dengan Harga K yang diubah-ubah

Dari contoh diatas, dapat disimpulkan bahwa Kriteria Kestabilan Routh-Hurwitz juga dapat digunakan untuk menentukan harga Penguatan (*Gain*), *K*, sebuah *compensator* sistem kontrol.

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Kesalahan Keadaan Tunak

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

10

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Kebanyakan sistem kontrol didisain untuk beroperasi dengan masukan referensi, $r(t)$, yang sama dengan harga konstan tertentu atau waktu tertentu. Oleh karena itu, kesalahan keadaan tunak (*steady state error*, e_{ss}) merupakan salah satu karakteristik yang penting untuk dianalisa pada sebuah sistem kontrol. Kesalahan keadaan tunak didefinisikan sebagai perbedaan antara masukan dan keluaran sistem terhadap masukan uji tertentu pada saat waktu mendekati tak hingga, $t \rightarrow \infty$. Masukan tangga (*step input*), adalah masukan uji yang sering digunakan untuk mengetahui kesalahan keadaan tunak sebuah sistem.

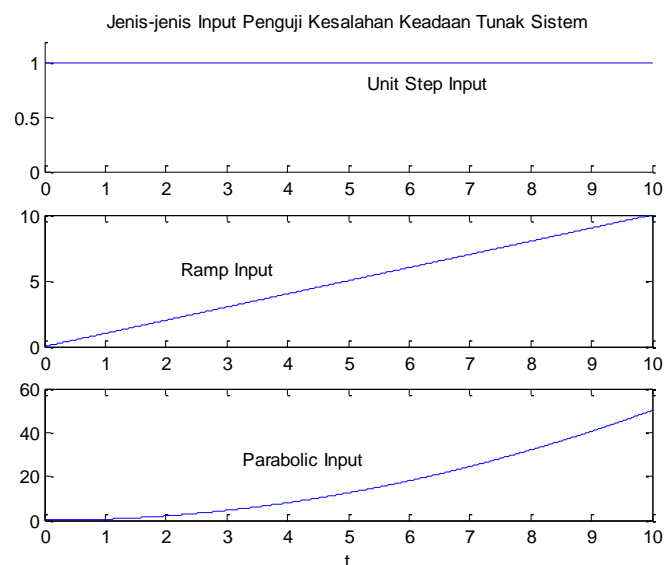
Kompetensi

Mahasiswa dapat memahami pengertian Keadaan Tunak dan Derivasi rumus Keadaan Kesalahan Tunak

KESALAHAN KEADAAN TUNAK

10.1. DEFINISI KESALAHAN KEADAAN TUNAK

Kebanyakan sistem kontrol didisain untuk beroperasi dengan masukan referensi, $r(t)$, yang sama dengan harga konstan tertentu atau waktu tertentu. Oleh karena itu, kesalahan keadaan tunak (*steady state error*, e_{ss}) merupakan salah satu karakteristik yang penting untuk dianalisa pada sebuah sistem kontrol. Kesalahan keadaan tunak didefinisikan sebagai perbedaan antara masukan dan keluaran sistem terhadap masukan uji tertentu pada saat waktu mendekati tak hingga, $t \rightarrow \infty$. Masukan tangga (*step input*), adalah masukan uji yang sering digunakan untuk mengetahui kesalahan keadaan tunak sebuah sistem. Selain tangga satuan, masukan lain yang digunakan untuk pengujian kesalahan keadaan tunak sistem kontrol adalah masukan ramp dan masukan parabolic. Masukan-masukan tersebut ditampilkan pada Gambar 10.1. Tabel fungsi waktu dan fungsi Laplace ditampilkan pula pada Tabel 10.1.



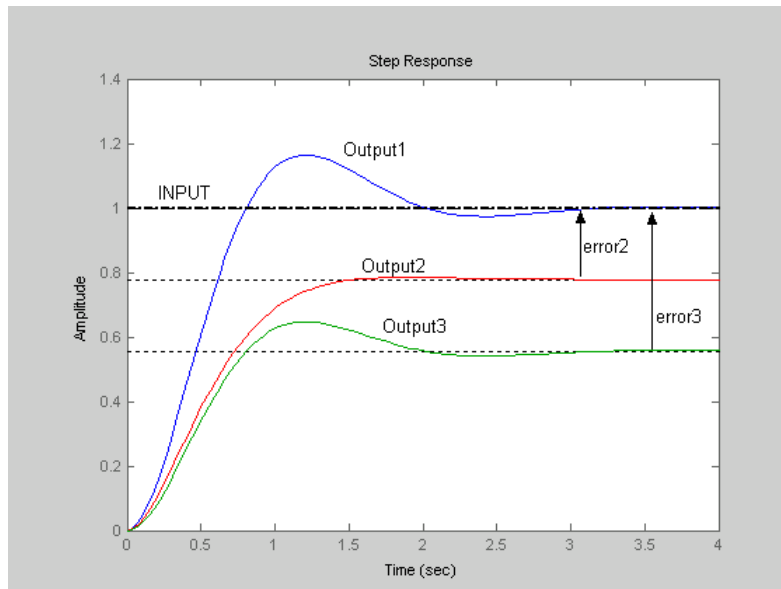
Gambar 10.1. Jenis-jenis Input Penguji Kesalahan Keadaan Tunak Sistem

Tabel 10.1. Masukan, Fungsi Waktu dan Fungsi Laplace

Nama Masukan	Fungsi Waktu	Fungsi Laplace
Tangga Satuan	1	1/s
Ramp	t	1/s ²
Parabolik	$\frac{1}{2} t^2$	1/s ³

Masukan tangga merepresentasikan posisi yang konstan dan amat berguna untuk menentukan kemampuan sebuah sistem kontrol untuk memposisikan dirinya dengan keluaran yang harganya konstan. Beberapa contoh dari step input adalah mempertahankan satelit agar tetap pada orbitnya, posisi antena, dan pengendali temperatur ruangan. Sedangkan masukan ramp merepresentasikan masukan dengan kecepatan konstan. Masukan ini digunakan untuk menguji kemampuan sistem mengikuti kenaikan input yang bertambah secara linier. Aplikasi masukan ini dimanfaatkan untuk menetapkan kecepatan sebuah satelit agar dapat mengikuti kecepatan perputaran bumi. Terakhir, masukan parabolik menggambarkan fungsi percepatan yang konstan. Fungsi ini digunakan untuk merepresentasikan kemampuan mengikuti target yang bertambah kecepataannya secara konstan. Masukan ini dimanfaatkan untuk menggerakkan peluru kendali dalam rangka mencapai target yang tetap ataupun terus bergerak-gerak.

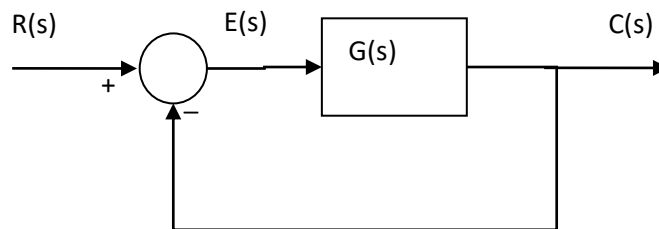
Ilustrasi dari kesalahan keadaan tunak untuk masukan tangga satuan tampak pada Gambar 10.2 di bawah ini. Dari gambar tersebut tampak bahwa Output₁ memiliki kesalahan keadaan tunak yang sangat kecil sekali dan Output₃ memiliki kesalahan keadaan tunak yang paling besar.



Gambar 10.2 Ilustrasi Kesalahan Keadaan Tunak

10.2. DERIVASI RUMUS KESALAHAN KEADAAN TUNAK

Untuk lebih memahami konsep kesalahan keadaan tunak, pertama-tama, sebuah blok diagram sistem kontrol yang memiliki umpan balik satuan (*unity feedback*), digambarkan di bawah ini:



Gambar 10.3 Sistem dengan Umpanbalik Satuan

Karena kesalahan (*error*) adalah perbedaan antara masukan dan keluaran sebuah sistem, maka fungsi alih lup tertutup, $T(s)$, adalah:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \quad (10.1)$$

dimana, sinyal kesalahan, $E(s)$, adalah:

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad (10.2)$$

sedangkan

$$C(s) = E(s)G(s) \quad (10.3)$$

maka, substitusi persamaan (10.2) dan (10.3) ini akan menghasilkan

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - E(s)G(s), \\ E(s)(1 + G(s)) &= R(s) \end{aligned} \quad (10.4)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

Kemudian, sesuai dengan definisi sebelumnya, kesalahan keadaan tunak adalah:

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \quad (10.5)$$

maka, menurut teorema keadaan akhir dari Transformasi Laplace, bahwa:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (10.6)$$

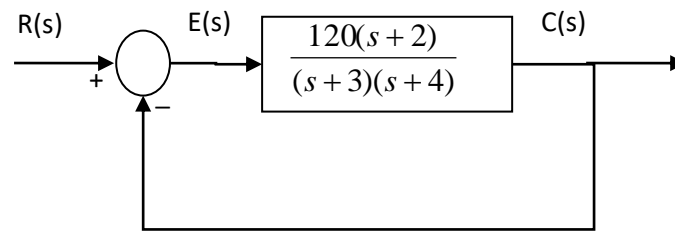
Sehingga, kesalahan keadaan tunak sebuah sistem (lihat persamaan (10.4) dan (10.6)), adalah:

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} sE(s), \quad \text{atau} \\ e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} \end{aligned} \quad (10.7)$$

Dari persamaan (10.7), kesalahan keadaan tunak, e_{ss} , dapat dihitung jika telah diketahui masukan sistem, $R(s)$ dan fungsi alih sistem, $G(s)$.

Contoh 10.1

Sebuah sistem kontrol memiliki blok diagram seperti Gambar 10.4 di bawah ini. Jika diberikan masukan tangga (*unit step*), maka tentukan kesalahan keadaan tunak sistem tersebut!



Gambar 10.4 Blok diagram Contoh 10.1

Berdasarkan persamaan (10.7), maka:

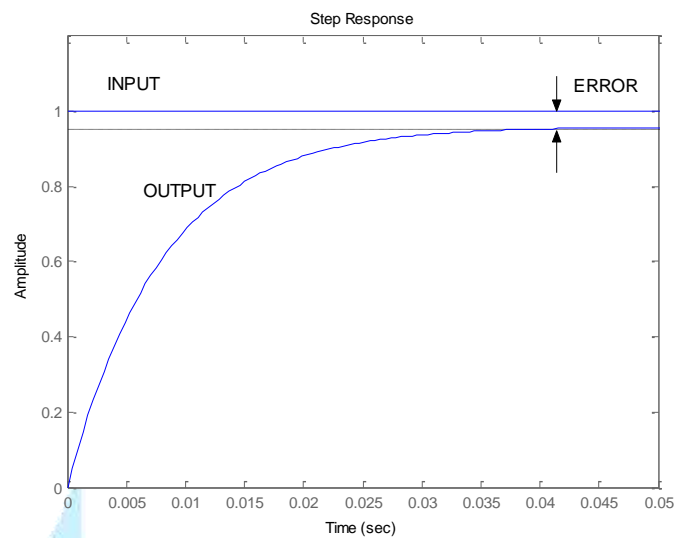
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s}{1 + 120(s+2)/((s+3)(s+4))}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + (120 * 2)/(3 * 4)} = \frac{1}{1 + 20}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{21}$$

Respon waktu yang menunjukkan besarnya kesalahan keadaan tunak sistem ditampilkan pada Gambar 10.5 di bawah ini.

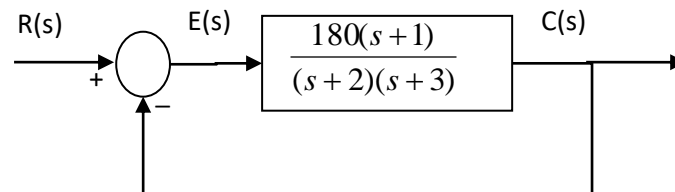


Gambar 10.5. Respon Waktu untuk menunjukkan Kesalahan Keadaan Tunak

pada Contoh 10.1

Contoh 10.2

Sebuah sistem kontrol yang lain memiliki blok diagram seperti Gambar 10.6 di bawah ini. Jika diberikan masukan tangga (*unit step*), maka tentukan kesalahan keadaan tunak sistem tersebut!

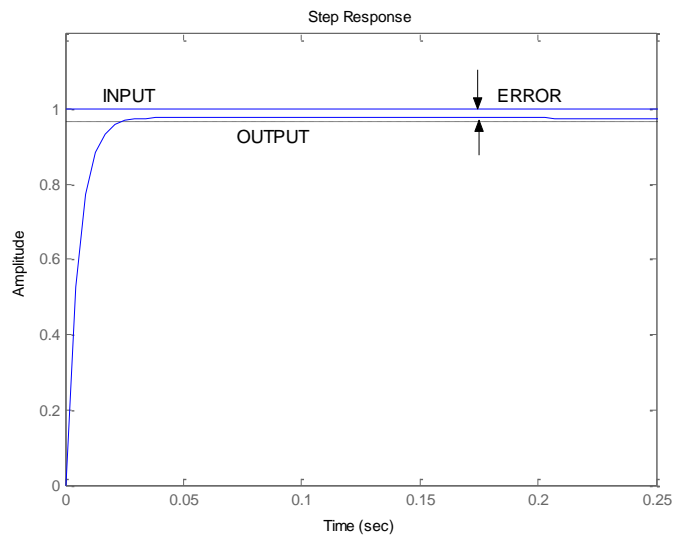


Gambar 10.6 Blok diagram Contoh 10.2

Berdasarkan persamaan (10.7), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s}{1 + 180(s+1)/(s+2)(s+3)}$$
$$e_{ss} = \frac{1}{1 + (180 * 1)/(2 * 3)} = \frac{1}{1 + 30}$$
$$e_{ss} = \frac{1}{31}$$

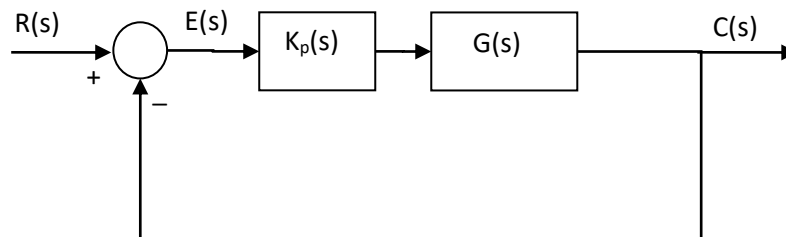
Gambar 10.7 di bawah ini menunjukkan besarnya kesalahan keadaan tunak sistem dalam bentuk respon waktu ditampilkan.



Gambar 10.7. Respon Waktu untuk menunjukkan Kesalahan Keadaan Tunak pada Contoh 10.2

10.3. KESALAHAN KEADAAN TUNAK DAN K_p

Jika pada sistem kontrol kita tambahkan blok konstanta proporsional, (K_p), sebagai kompensator sistem, maka gambar blok diagramnya menjadi:



Gambar 10.8 Blok Diagram Sistem Kontrol dengan K_p

Maka sinyal kesalahan, $E(s)$, adalah:

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad (10.8)$$

sedangkan

$$C(s) = E(s)K_p G(s) \quad (10.9)$$

maka, substitusi persamaan (10.2) dan (10.3) ini akan menghasilkan

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - E(s)K_p G(s), \\ E(s)(1 + K_p G(s)) &= R(s) \\ E(s) &= \frac{R(s)}{1 + K_p G(s)} \end{aligned} \quad (10.10)$$

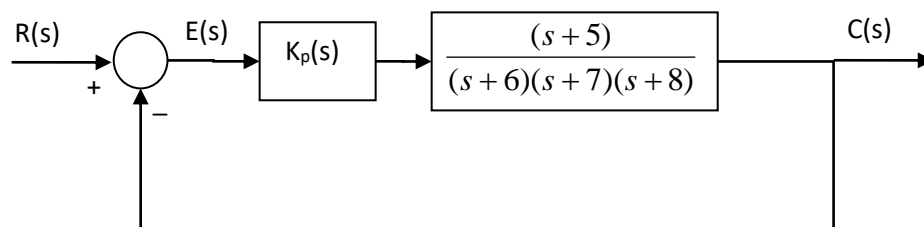
Sehingga, kesalahan keadaan tunak sebuah sistem (lihat persamaan (10.6) dan (10.10)), adalah:

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} sE(s), \quad \text{atau} \\ e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + K_p G(s)} \end{aligned} \quad (10.11)$$

Dari persamaan (10.11), kesalahan keadaan tunak, e_{ss} , dapat dihitung jika telah diketahui masukan sistem, $R(s)$, fungsi alih sistem, $G(s)$ dan K_p .

Contoh 10.3

Sebuah sistem kontrol ditunjukkan seperti gambar di bawah ini. Tentukan kesalahan keadaan tunak, jika $K = 1$, $K = 10$ dan $K = 20$!



Gambar 10.9 Blok Diagram Sistem Kontrol dengan K_p untuk Contoh 10.3

Sesuai dengan persamaan (10.11), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + K_p G(s)}, \text{ maka}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * (1/s)}{1 + K(s+5)/(s+6)(s+7)(s+8)}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K * 5/336} = \frac{1}{1 + 0.015K}$$

maka, jika $K = 1$

$$e_{ss} = 0.98$$

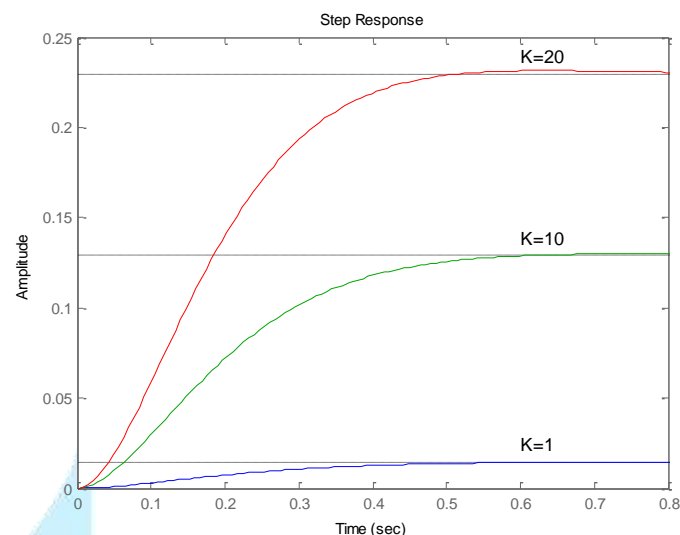
Jika $K = 10$

$$e_{ss} = 0.86$$

Jika $K = 20$

$$e_{ss} = 0.77$$

Dari Contoh 10.3, dapat disimpulkan bahwa jika K_p dinaikkan, maka kesalahan keadaan tunak sistem, e_{ss} , akan berkurang. Dengan kata lain, untuk mengurangi kesalahan keadaan tunak sistem, e_{ss} , dapat dilakukan dengan menaikkan konstanta proporsional, K_p . Gambar 10.10 menjelaskan kesimpulan ini secara grafik.



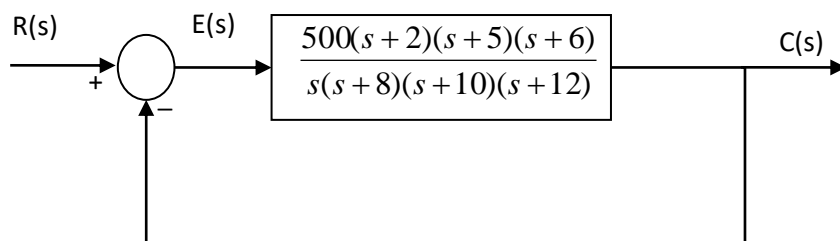
Gambar 10.10. Kesalahan Keadaan Tunak untuk berbagai harga K

10.4. KESALAHAN KEADAAN TUNAK UNTUK MASUKAN LAIN

Sebagaimana disebutkan di bagian awal, selain masukan tangga satuan (*unit step*), terdapat juga masukan lain untuk menguji kesalahan keadaan tunak suatu sistem, yaitu masukan ramp dan parabolik. Contoh berikut ini menjelaskan pengujian sistem menggunakan ketiga input tersebut.

Contoh 10.3

Sebuah sistem kontrol memiliki blok diagram sebagai berikut:



Gambar 10.11. Blok Diagram Sistem Kontrol Contoh 10.3

Tentukan kesalahan keadaan tunak sistem jika masukannya adalah masukan tangga satuan, masukan ramp dan masukan parabolik!

Jika masukan tangga satuan ($R(s) = 1/s$), berdasarkan persamaan (10.7), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s}{1 + 500(s+2)(s+5)(s+6)/s(s+8)(s+10)(s+12)}$$
$$e_{ss} = \frac{1}{1 + (500 * 2 * 5 * 6)/0(8 * 10 * 12)} = \frac{1}{1 + \infty}$$
$$e_{ss} = 0$$

Jika masukan ramp ($R(s) = 1/s^2$), berdasarkan persamaan (10.7), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s}{s + 500s(s+2)(s+5)(s+6)/s(s+8)(s+10)(s+12)}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{0 + (500 * 2 * 5 * 6)/(8 * 10 * 12)} = \frac{1}{0 + 31.25}$$

$$e_{ss} = 0.032$$

Jika masukan parabolik ($R(s) = 1/s^3$), berdasarkan persamaan (10.7), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s^3}{s^2 + 500s^2(s+2)(s+5)(s+6)/s(s+8)(s+10)(s+12)}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{0 + 0(500 * 2 * 5 * 6)/(8 * 10 * 12)} = \frac{1}{0}$$

$$e_{ss} = \infty$$

Perhatikan hasil-hasil perhitungan keadaan kesalah keadaan tunak diatas. Apakah kesimpulan yang anda dapatkan?

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, "Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia". Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.

[8]. Bagus, Andhika P.2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.

[9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>

[10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Kesalahan Keadaan Tunak

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

11

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Kebanyakan sistem kontrol didisain untuk beroperasi dengan masukan referensi, $r(t)$, yang sama dengan harga konstan tertentu atau waktu tertentu. Oleh karena itu, kesalahan keadaan tunak (*steady state error*, e_{ss}) merupakan salah satu karakteristik yang penting untuk dianalisa pada sebuah sistem kontrol. Kesalahan keadaan tunak didefinisikan sebagai perbedaan antara masukan dan keluaran sistem terhadap masukan uji tertentu pada saat waktu mendekati tak hingga, $t \rightarrow \infty$. Masukan tangga (*step input*), adalah masukan uji yang sering digunakan untuk mengetahui kesalahan keadaan tunak sebuah sistem.

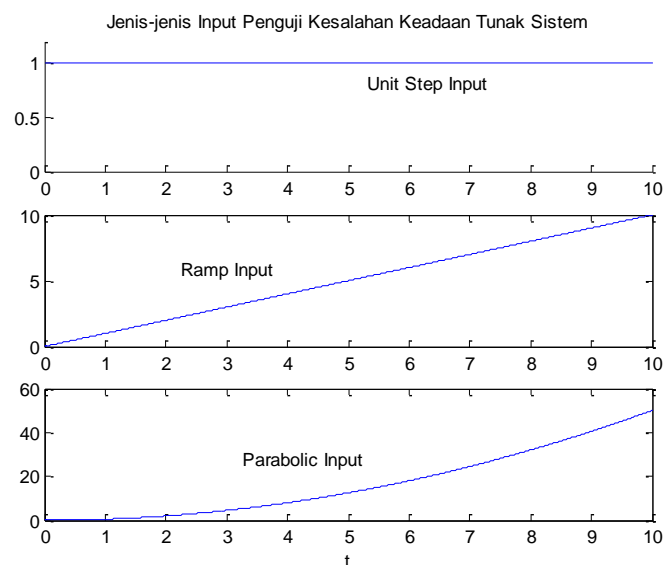
Kompetensi

Mahasiswa dapat memahami pengertian Keadaan Tunak dan Derivasi rumus Keadaan Kesalahan Tunak

KESALAHAN KEADAAN TUNAK

10.1. DEFINISI KESALAHAN KEADAAN TUNAK

Kebanyakan sistem kontrol didisain untuk beroperasi dengan masukan referensi, $r(t)$, yang sama dengan harga konstan tertentu atau waktu tertentu. Oleh karena itu, kesalahan keadaan tunak (*steady state error*, e_{ss}) merupakan salah satu karakteristik yang penting untuk dianalisa pada sebuah sistem kontrol. Kesalahan keadaan tunak didefinisikan sebagai perbedaan antara masukan dan keluaran sistem terhadap masukan uji tertentu pada saat waktu mendekati tak hingga, $t \rightarrow \infty$. Masukan tangga (*step input*), adalah masukan uji yang sering digunakan untuk mengetahui kesalahan keadaan tunak sebuah sistem. Selain tangga satuan, masukan lain yang digunakan untuk pengujian kesalahan keadaan tunak sistem kontrol adalah masukan ramp dan masukan parabolic. Masukan-masukan tersebut ditampilkan pada Gambar 10.1. Tabel fungsi waktu dan fungsi Laplace ditampilkan pula pada Tabel 10.1.



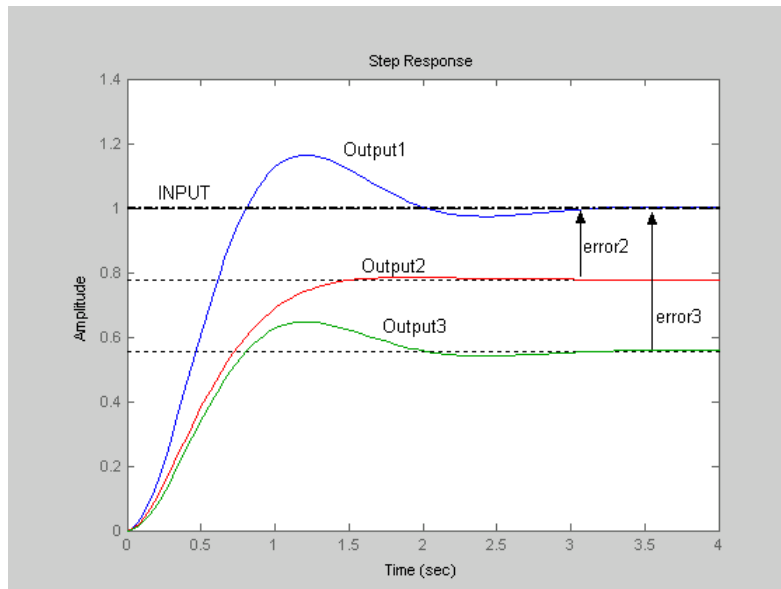
Gambar 10.1. Jenis-jenis Input Penguji Kesalahan Keadaan Tunak Sistem

Tabel 10.1. Masukan, Fungsi Waktu dan Fungsi Laplace

Nama Masukan	Fungsi Waktu	Fungsi Laplace
Tangga Satuan	1	1/s
Ramp	t	1/s ²
Parabolik	$\frac{1}{2} t^2$	1/s ³

Masukan tangga merepresentasikan posisi yang konstan dan amat berguna untuk menentukan kemampuan sebuah sistem kontrol untuk memposisikan dirinya dengan keluaran yang harganya konstan. Beberapa contoh dari step input adalah mempertahankan satelit agar tetap pada orbitnya, posisi antena, dan pengendali temperatur ruangan. Sedangkan masukan ramp merepresentasikan masukan dengan kecepatan konstan. Masukan ini digunakan untuk menguji kemampuan sistem mengikuti kenaikan input yang bertambah secara linier. Aplikasi masukan ini dimanfaatkan untuk menetapkan kecepatan sebuah satelit agar dapat mengikuti kecepatan perputaran bumi. Terakhir, masukan parabolik menggambarkan fungsi percepatan yang konstan. Fungsi ini digunakan untuk merepresentasikan kemampuan mengikuti target yang bertambah kecepataannya secara konstan. Masukan ini dimanfaatkan untuk menggerakkan peluru kendali dalam rangka mencapai target yang tetap ataupun terus bergerak-gerak.

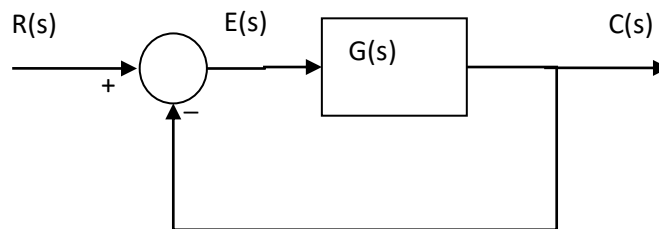
Ilustrasi dari kesalahan keadaan tunak untuk masukan tangga satuan tampak pada Gambar 10.2 di bawah ini. Dari gambar tersebut tampak bahwa Output₁ memiliki kesalahan keadaan tunak yang sangat kecil sekali dan Output₃ memiliki kesalahan keadaan tunak yang paling besar.



Gambar 10.2 Ilustrasi Kesalahan Keadaan Tunak

10.2. DERIVASI RUMUS KESALAHAN KEADAAN TUNAK

Untuk lebih memahami konsep kesalahan keadaan tunak, pertama-tama, sebuah blok diagram sistem kontrol yang memiliki umpan balik satuan (*unity feedback*), digambarkan di bawah ini:



Gambar 10.3 Sistem dengan Umpanbalik Satuan

Karena kesalahan (*error*) adalah perbedaan antara masukan dan keluaran sebuah sistem, maka fungsi alih lup tertutup, $T(s)$, adalah:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \quad (10.1)$$

dimana, sinyal kesalahan, $E(s)$, adalah:

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad (10.2)$$

sedangkan

$$C(s) = E(s)G(s) \quad (10.3)$$

maka, substitusi persamaan (10.2) dan (10.3) ini akan menghasilkan

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - E(s)G(s), \\ E(s)(1 + G(s)) &= R(s) \end{aligned} \quad (10.4)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

Kemudian, sesuai dengan definisi sebelumnya, kesalahan keadaan tunak adalah:

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \quad (10.5)$$

maka, menurut teorema keadaan akhir dari Transformasi Laplace, bahwa:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (10.6)$$

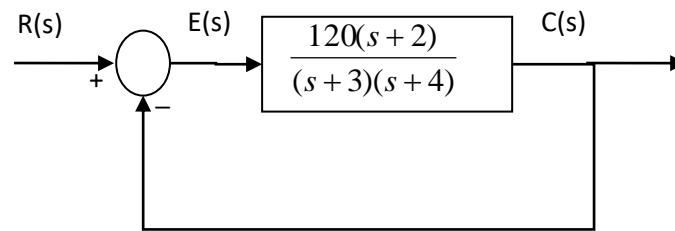
Sehingga, kesalahan keadaan tunak sebuah sistem (lihat persamaan (10.4) dan (10.6)), adalah:

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} sE(s), \quad \text{atau} \\ e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} \end{aligned} \quad (10.7)$$

Dari persamaan (10.7), kesalahan keadaan tunak, e_{ss} , dapat dihitung jika telah diketahui masukan sistem, $R(s)$ dan fungsi alih sistem, $G(s)$.

Contoh 10.1

Sebuah sistem kontrol memiliki blok diagram seperti Gambar 10.4 di bawah ini. Jika diberikan masukan tangga (*unit step*), maka tentukan kesalahan keadaan tunak sistem tersebut!



Gambar 10.4 Blok diagram Contoh 10.1

Berdasarkan persamaan (10.7), maka:

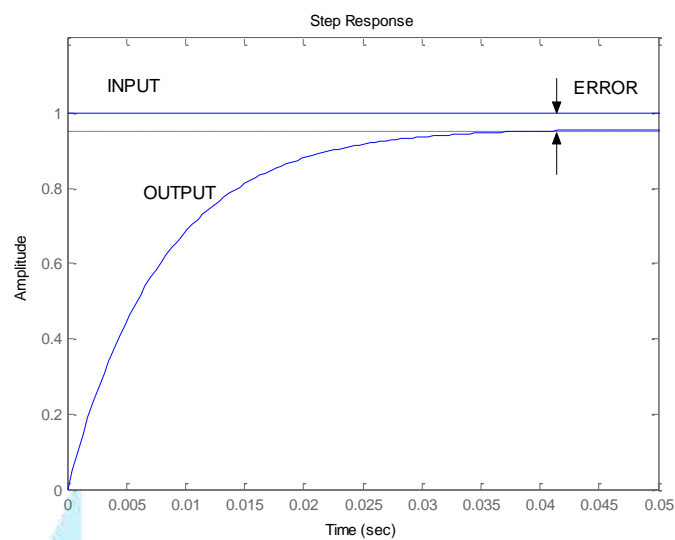
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s}{1 + 120(s+2)/((s+3)(s+4))}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + (120 * 2)/(3 * 4)} = \frac{1}{1 + 20}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{21}$$

Respon waktu yang menunjukkan besarnya kesalahan keadaan tunak sistem ditampilkan pada Gambar 10.5 di bawah ini.

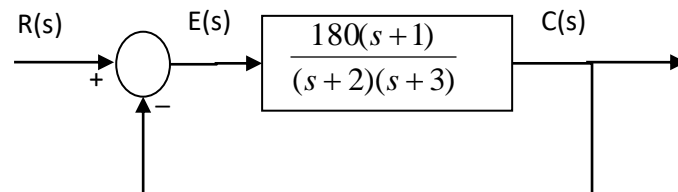


Gambar 10.5. Respon Waktu untuk menunjukkan Kesalahan Keadaan Tunak

pada Contoh 10.1

Contoh 10.2

Sebuah sistem kontrol yang lain memiliki blok diagram seperti Gambar 10.6 di bawah ini. Jika diberikan masukan tangga (*unit step*), maka tentukan kesalahan keadaan tunak sistem tersebut!

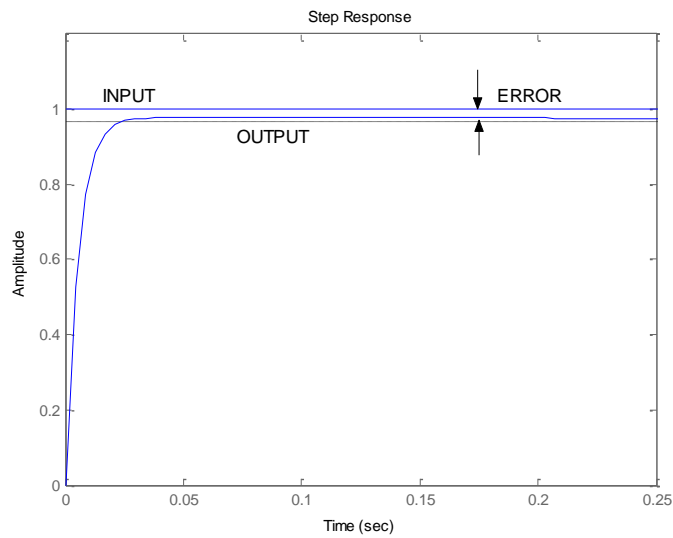


Gambar 10.6 Blok diagram Contoh 10.2

Berdasarkan persamaan (10.7), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s}{1 + 180(s+1)/((s+2)(s+3))}$$
$$e_{ss} = \frac{1}{1 + (180 * 1)/(2 * 3)} = \frac{1}{1 + 30}$$
$$e_{ss} = \frac{1}{31}$$

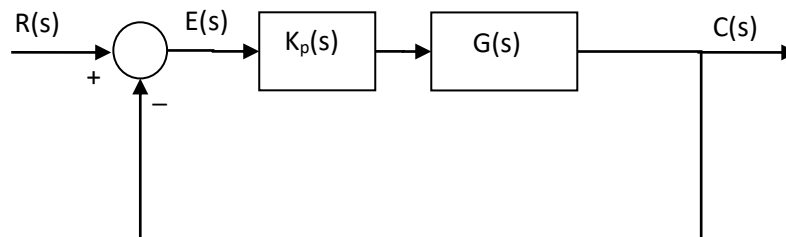
Gambar 10.7 di bawah ini menunjukkan besarnya kesalahan keadaan tunak sistem dalam bentuk respon waktu ditampilkan.



Gambar 10.7. Respon Waktu untuk menunjukkan Kesalahan Keadaan Tunak pada Contoh 10.2

10.3. KESALAHAN KEADAAN TUNAK DAN K_p

Jika pada sistem kontrol kita tambahkan blok konstanta proporsional, (K_p), sebagai kompensator sistem, maka gambar blok diagramnya menjadi:



Gambar 10.8 Blok Diagram Sistem Kontrol dengan K_p

Maka sinyal kesalahan, $E(s)$, adalah:

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad (10.8)$$

sedangkan

$$C(s) = E(s)K_p G(s) \quad (10.9)$$

maka, substitusi persamaan (10.2) dan (10.3) ini akan menghasilkan

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - E(s)K_p G(s), \\ E(s)(1 + K_p G(s)) &= R(s) \\ E(s) &= \frac{R(s)}{1 + K_p G(s)} \end{aligned} \quad (10.10)$$

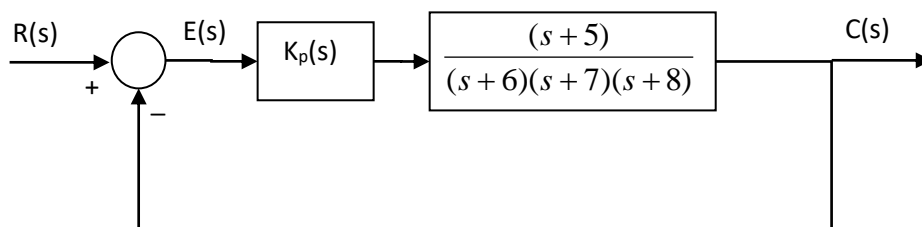
Sehingga, kesalahan keadaan tunak sebuah sistem (lihat persamaan (10.6) dan (10.10)), adalah:

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} sE(s), \text{ atau} \\ e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + K_p G(s)} \end{aligned} \quad (10.11)$$

Dari persamaan (10.11), kesalahan keadaan tunak, e_{ss} , dapat dihitung jika telah diketahui masukan sistem, $R(s)$, fungsi alih sistem, $G(s)$ dan K_p .

Contoh 10.3

Sebuah sistem kontrol ditunjukkan seperti gambar di bawah ini. Tentukan kesalahan keadaan tunak, jika $K = 1$, $K = 10$ dan $K = 20$!



Gambar 10.9 Blok Diagram Sistem Kontrol dengan K_p untuk Contoh 10.3

Sesuai dengan persamaan (10.11), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + K_p G(s)}, \text{ maka}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * (1/s)}{1 + K(s+5)/(s+6)(s+7)(s+8)}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K * 5/336} = \frac{1}{1 + 0.015K}$$

maka, jika $K = 1$

$$e_{ss} = 0.98$$

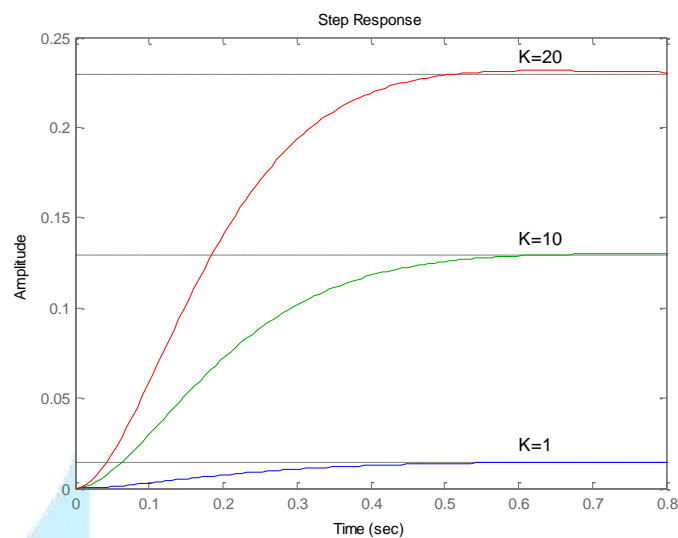
Jika $K = 10$

$$e_{ss} = 0.86$$

Jika $K = 20$

$$e_{ss} = 0.77$$

Dari Contoh 10.3, dapat disimpulkan bahwa jika K_p dinaikkan, maka kesalahan keadaan tunak sistem, e_{ss} , akan berkurang. Dengan kata lain, untuk mengurangi kesalahan keadaan tunak sistem, e_{ss} , dapat dilakukan dengan menaikkan konstanta proporsional, K_p . Gambar 10.10 menjelaskan kesimpulan ini secara grafik.



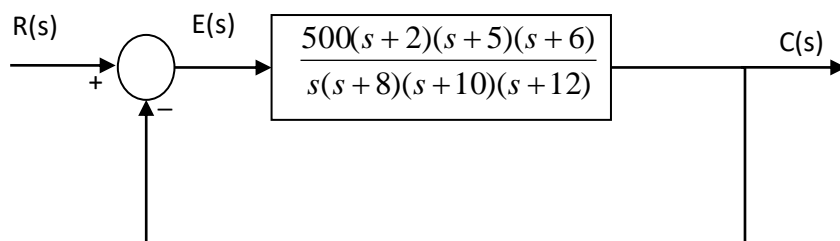
Gambar 10.10. Kesalahan Keadaan Tunak untuk berbagai harga K

10.4. KESALAHAN KEADAAN TUNAK UNTUK MASUKAN LAIN

Sebagaimana disebutkan di bagian awal, selain masukan tangga satuan (*unit step*), terdapat juga masukan lain untuk menguji kesalahan keadaan tunak suatu sistem, yaitu masukan ramp dan parabolik. Contoh berikut ini menjelaskan pengujian sistem menggunakan ketiga input tersebut.

Contoh 10.3

Sebuah sistem kontrol memiliki blok diagram sebagai berikut:



Gambar 10.11. Blok Diagram Sistem Kontrol Contoh 10.3

Tentukan kesalahan keadaan tunak sistem jika masukannya adalah masukan tangga satuan, masukan ramp dan masukan parabolik!

Jika masukan tangga satuan ($R(s) = 1/s$), berdasarkan persamaan (10.7), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s}{1 + 500(s+2)(s+5)(s+6) / s(s+8)(s+10)(s+12)}$$
$$e_{ss} = \frac{1}{1 + (500 * 2 * 5 * 6) / (8 * 10 * 12)} = \frac{1}{1 + \infty}$$
$$e_{ss} = 0$$

Jika masukan ramp ($R(s) = 1/s^2$), berdasarkan persamaan (10.7), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s}{s + 500s(s+2)(s+5)(s+6)/s(s+8)(s+10)(s+12)}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{0 + (500 * 2 * 5 * 6)/(8 * 10 * 12)} = \frac{1}{0 + 31.25}$$

$$e_{ss} = 0.032$$

Jika masukan parabolik ($R(s) = 1/s^3$), berdasarkan persamaan (10.7), maka:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s * 1/s^3}{s^2 + 500s^2(s+2)(s+5)(s+6)/s(s+8)(s+10)(s+12)}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{0 + 0(500 * 2 * 5 * 6)/(8 * 10 * 12)} = \frac{1}{0}$$

$$e_{ss} = \infty$$

Perhatikan hasil-hasil perhitungan keadaan kesalah keadaan tunak diatas. Apakah kesimpulan yang anda dapatkan?

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, "Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia". Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.

[8]. Bagus, Andhika P.2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.

[9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>

[10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Tempat Kedudukan Akar (Lanjutan)

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

12

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

contoh TKA dari fungsi alih yang berbeda-beda. Setelah terbiasa membuat TKA, analisa dan perancangan sistem kontrol menggunakan TKA dapat dilakukan.

Kompetensi

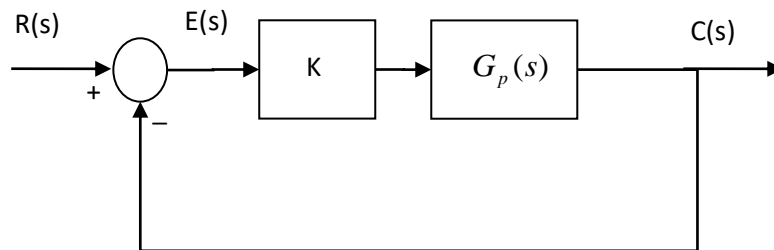
Mahasiswa dapat mengetahui dan memahami Tempat Kedudukan Akar

TEMPAT KEDUDUKAN AKAR (Lanjutan)

Pada modul ini, akan diperlihatkan beberapa contoh TKA dari fungsi alih yang berbeda-beda. Setelah terbiasa membuat TKA, analisa dan perancangan sistem kontrol menggunakan TKA dapat dilakukan.

Contoh 12.1

Sebuah sistem kontrol memiliki blok diagram seperti di bawah ini:



Gambar 12.1 Sebuah Sistem Kontrol

dimana

$$G_p(s) = \frac{s+5}{(s+1)(s+3)(s+7)}$$

maka

pole: $s = -1, s = -3, s = -7$ dengan $n = 3$, dan

zero; $s = -5$, sehingga $m = 1$.

Menurut Aturan ke-3 tentang asimtot, didapat:

$$\alpha = n - m = 3 - 1 = 2, \text{ dan}$$

$$\theta = r180^\circ / \alpha = \pm 90^\circ, \text{ serta}$$

$$\sigma_a = [(-1) + (-3) + (-7) - (-5)] / [3 - 1] = [(-11) - (-5)] / 2 = -6/2 = -3$$

Titik pisah sistem adalah:

$$\frac{d[G(s)H(s)]}{ds} = \frac{d[(s+5)/(s+1)(s+3)(s+7)]}{ds} = \frac{d[(s+5)/(s^3 + 11s^2 + 31s + 21)]}{ds} = 0$$

$$(s+5)(3s^2 + 22s + 31) - [(s^3 + 11s^2 + 31s + 21)(1)] = 0$$

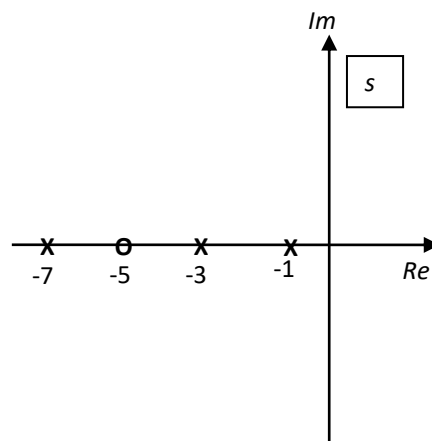
$$3s^3 + 37s^2 + 141s + 155 - (s^3 + 11s^2 + 31s + 21) = 0$$

$$2s^3 + 26s^2 + 110s + 134 = 0$$

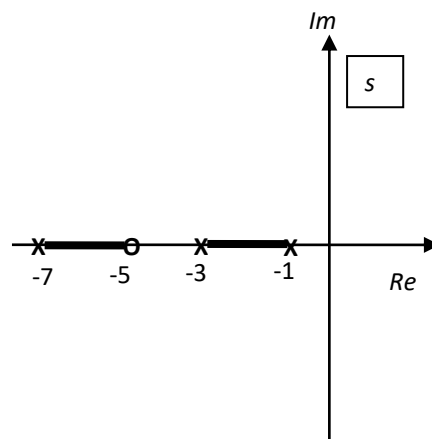
Dari perhitungan matematika, akan didapat, harga s yang terletak pada TKA, dan juga merupakan titik pisah adalah:

$$s_1 = -2.06$$

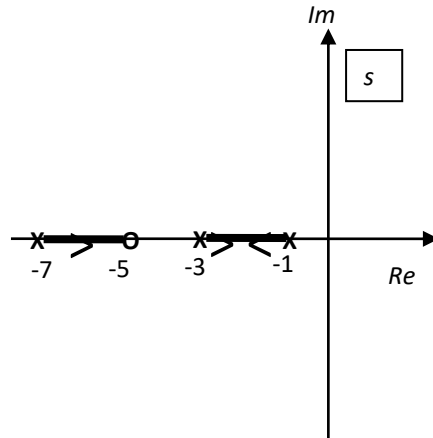
Sehingga, TKA akan berpisah pada harga $s = -2.06$, yang kemudian bergerak mengikuti arah garis asimtot. Tahapan pembuatan TKA dapat dilihat pada Gambar 12.2 di bawah ini. Hasil pembuatan TKA dapat dibandingkan dengan pembuatan TKA menggunakan MATLAB pada Gambar 12.3.



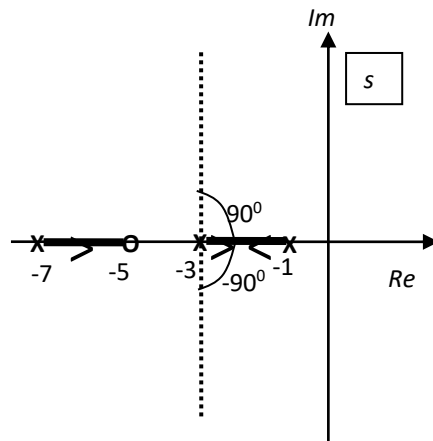
(a)



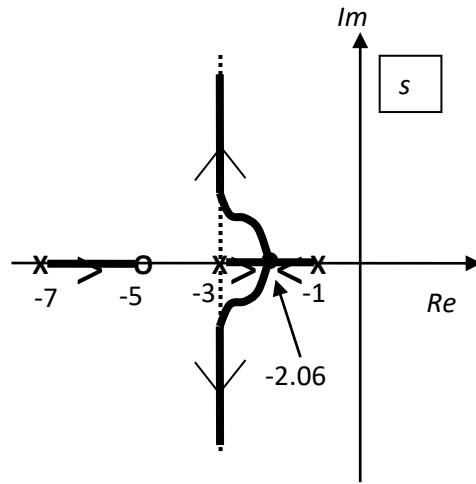
(b)



(c)

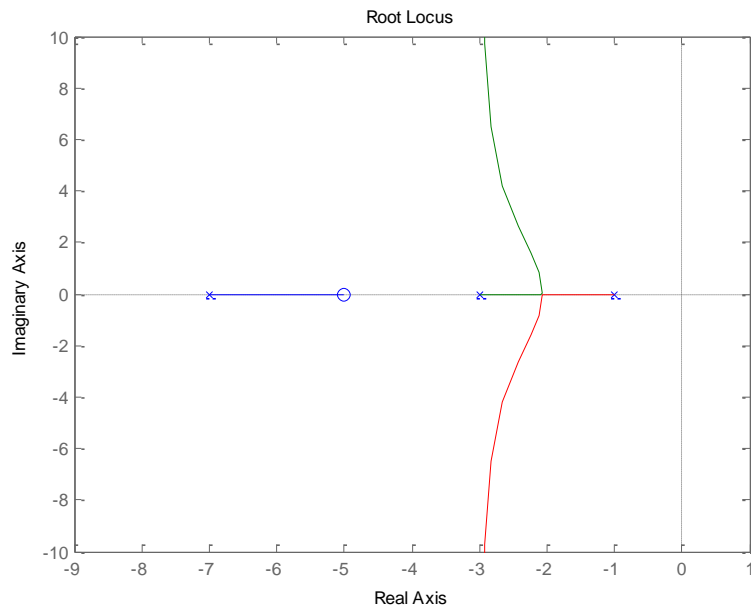


(d)



(e)

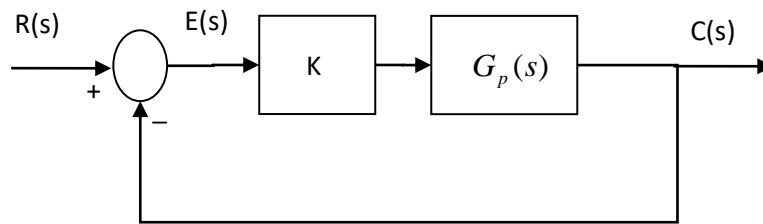
Gambar 12.2 TKA Lengkap Contoh 12.1



Gambar 12.2 TKA Lengkap Contoh 12.1 menggunakan MATLAB

Contoh 12.2

Sebuah sistem kontrol yang lain memiliki blok diagram seperti di bawah ini:



Gambar 12.3 Sebuah Sistem Kontrol

dimana

$$G_p(s) = \frac{s + 5}{(s + 1)(s + 3)}$$

maka

pole: $s = -1, s = -3$, dengan $n = 2$, dan

zero; $s = -5$, sehingga $m = 1$.

Menurut Aturan ke-3 tentang asimtot, didapat:

$$\alpha = n - m = 2 - 1 = 1, \text{ dan}$$

$$\theta = r180^\circ / \alpha = \pm 180^\circ, \text{ serta}$$

$$\sigma_a = [(-1) + (-3) - (-5)] / [2 - 1] = [(-4) - (-5)] / 1 = 1/1 = 1$$

Titik pisah sistem adalah:

$$\frac{d[G(s)H(s)]}{ds} = \frac{d[(s + 5)/(s + 1)(s + 3)]}{ds} = \frac{d[(s + 5)/(s^2 + 4s + 3)]}{ds} = 0$$

$$(s + 5)(2s + 4) - [(s^2 + 4s + 3)(1)] = 0$$

$$2s^2 + 14s + 20 - (s^2 + 4s + 3) = 0$$

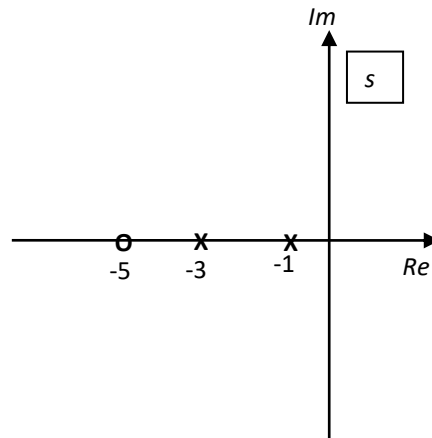
$$s^2 + 10s + 17 = 0$$

Dari perhitungan matematika (Rumus ABC), akan didapat, harga s yang terletak pada TKA, dan juga merupakan titik pisah adalah:

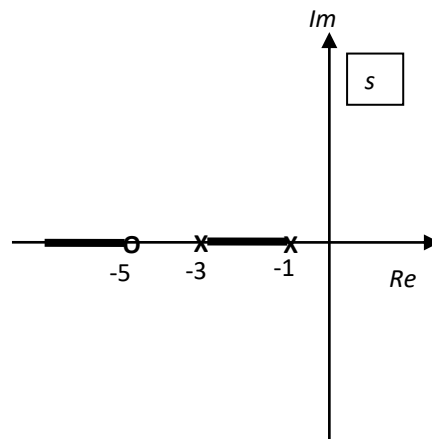
$$s_1 = -2.17$$

$$s_2 = -7.82$$

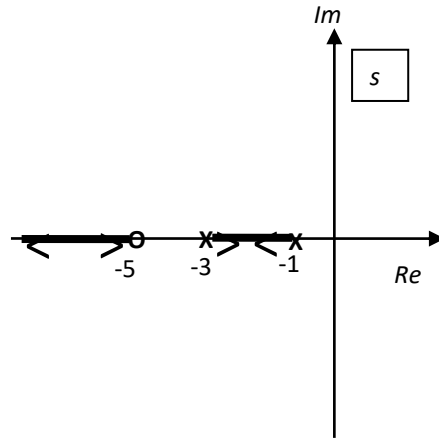
Sehingga, TKA akan berpisah pada harga $s_1 = -2.17$, yang kemudian bergerak menuju titik temu untuk berpisah lagi pada harga $s_2 = -7.82$. Tahapan pembuatan TKA dapat dilihat pada Gambar 12.4 di bawah ini.



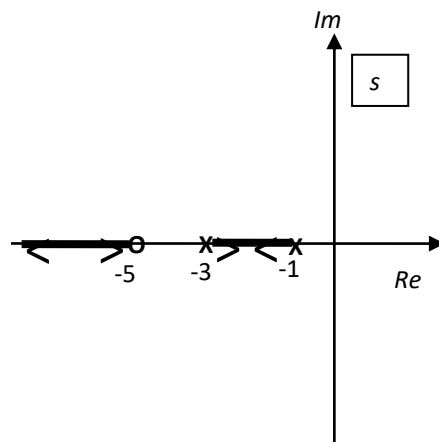
(a)



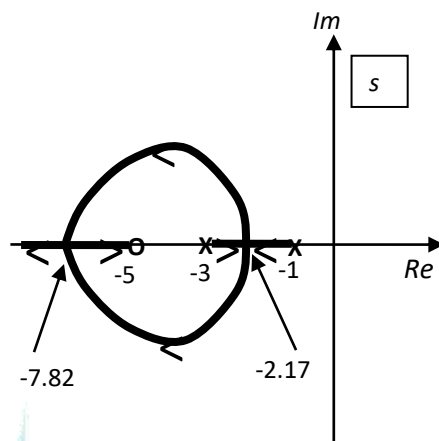
(b)



(c)

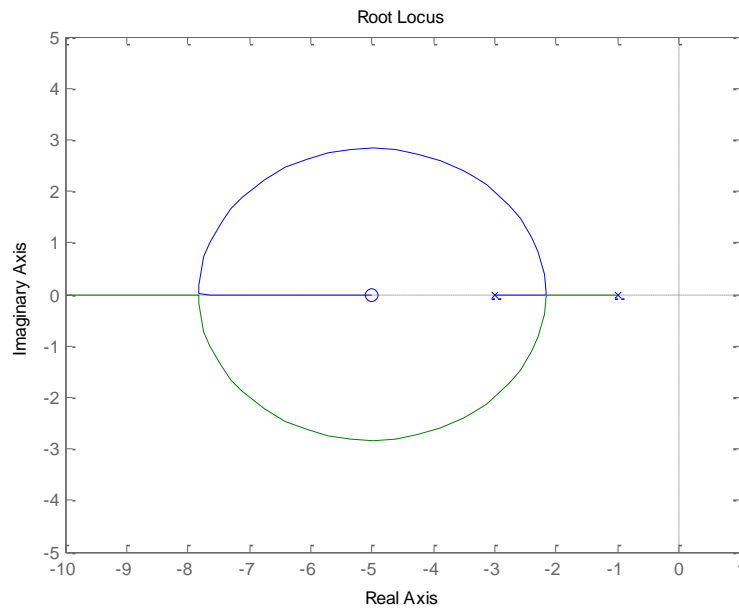


(d)



(e)

Gambar 12.4 TKA Lengkap Contoh 12.2



Gambar 12.5. TKA Lengkap Contoh 12.2 menggunakan MATLAB

Contoh 12.2

Sebuah sistem kontrol berikut memiliki fungsi alih sebagai berikut:

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+7)}$$

maka

pole: $s = -1$, $s = -3$, dan $s = -7$, dengan $n = 3$, dan

zero; tidak ada, sehingga $m = 0$.

Menurut Aturan ke-3 tentang asimtot, didapat:

$$\alpha = n - m = 3 - 0 = 3, \text{ dan}$$

$$\theta = r180^\circ / \alpha = \pm 60^\circ \text{ dan } \pm 180^\circ \text{ serta}$$

$$\sigma_a = [(-1) + (-3) + (-7)] / [3 - 0] = (-11) / 3 = -11/3 = -3.667$$

Titik pisah sistem adalah:

$$\frac{d[G(s)H(s)]}{ds} = \frac{d[(1)/(s+1)(s+3)(s+7)]}{ds} = \frac{d[(1)/(s^3 + 11s^2 + 31s + 22)]}{ds} = 0$$

$$(1)(3s^2 + 22s + 31) - 0 = 0$$

$$3s^2 + 22s + 31 = 0$$

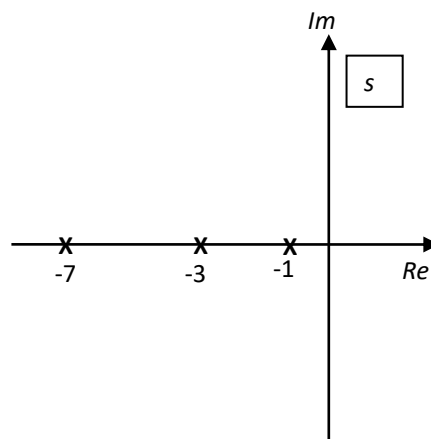
dari perhitungan matematika (Rumus ABC), akan didapat, harga s yaitu:

$$s_1 = -1.90 \text{ (terletak pada TKA)}$$

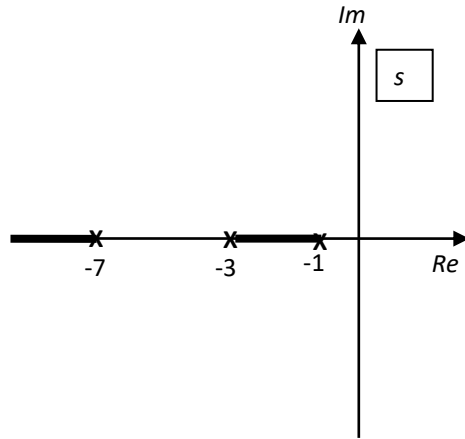
$$s_2 = -5.43 \text{ (tidak terletak pada TKA)}$$

sehingga s_1 yang terletak pada TKA, dan juga merupakan titik pisah adalah: $s_1 = -1.90$

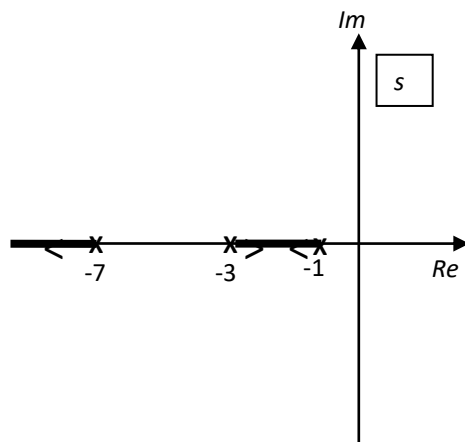
Tahapan pembuatan TKA dapat dilihat pada Gambar 12.3 di bawah ini.



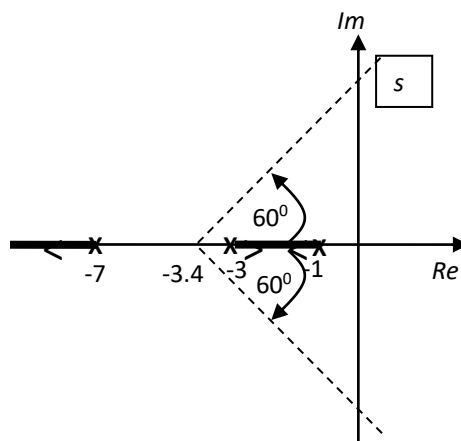
(a)



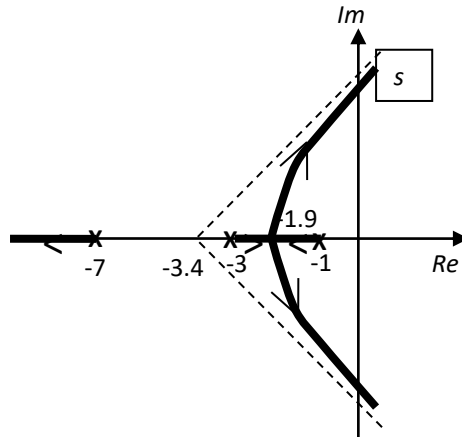
(b)



(c)

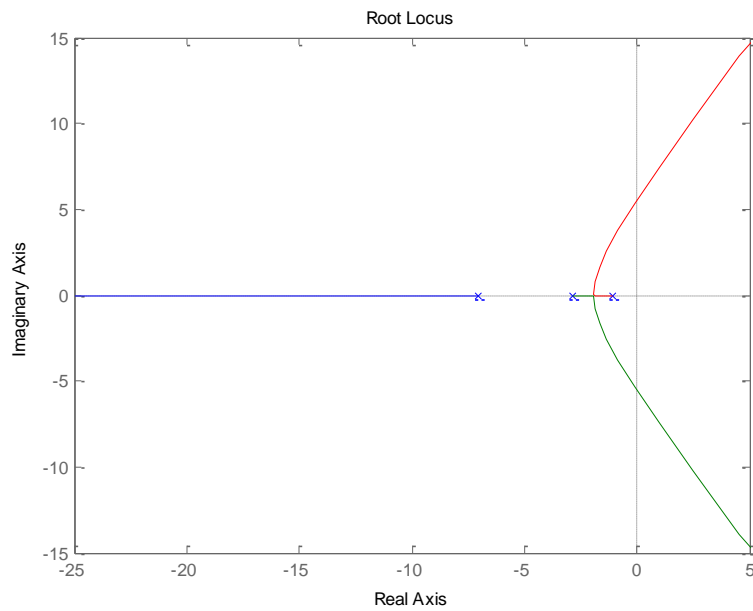


(d)



(d)

Gambar 12.6 TKA Lengkap Contoh 12.3



Gambar 12.7. TKA Lengkap Contoh 12.3 menggunakan MATLAB

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Apenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Perancangan Sistem Kontrol Dengan Tempat Kedudukan Akar

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

13

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Sebuah contoh pembuatan TKA yang akan dimanfaatkan untuk menentukan harga penguatan K agar sistem tetap stabil.

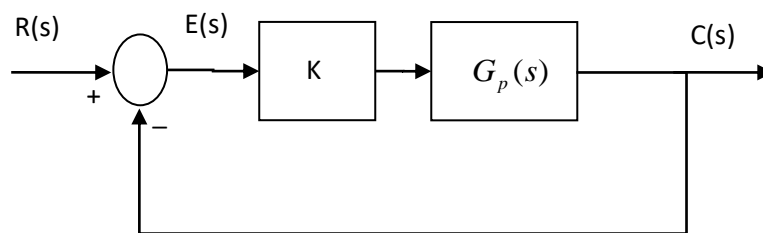
Kompetensi

Mahasiswa dapat mengetahui dan memahami Tempat Kedudukan Akar dan menentukan nilai K agar system tetap stabil

PERANCANGAN SISTEM KONTROL DENGAN TEMPAT KEDUDUKAN AKAR

Pada modul ini, akan diperlihatkan sebuah contoh pembuatan TKA yang akan dimanfaatkan untuk menentukan harga penguatan K agar sistem tetap stabil. Sebuah contoh akan dibahas lebih lanjut.

Sebuah sistem kontrol memiliki blok diagram seperti di bawah ini:



Gambar 13.1 Sebuah Sistem Kontrol

dimana

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+8)}$$

maka

pole: $s = -1$, $s = -3$, $s = -8$ dengan $n = 3$, dan

zero; tidak ada, sehingga $m = 0$.

Menurut Aturan ke-3 tentang asimtot, didapat:

$$\alpha = n - m = 3 - 0 = 3, \text{ dan}$$

$$\theta = r180^\circ / \alpha = \pm 60^\circ, \text{ serta}$$

$$\sigma_a = [(-1) + (-3) + (-8)] / [3 - 0] = (-12) / 3 = -4$$

Titik pisah sistem adalah:

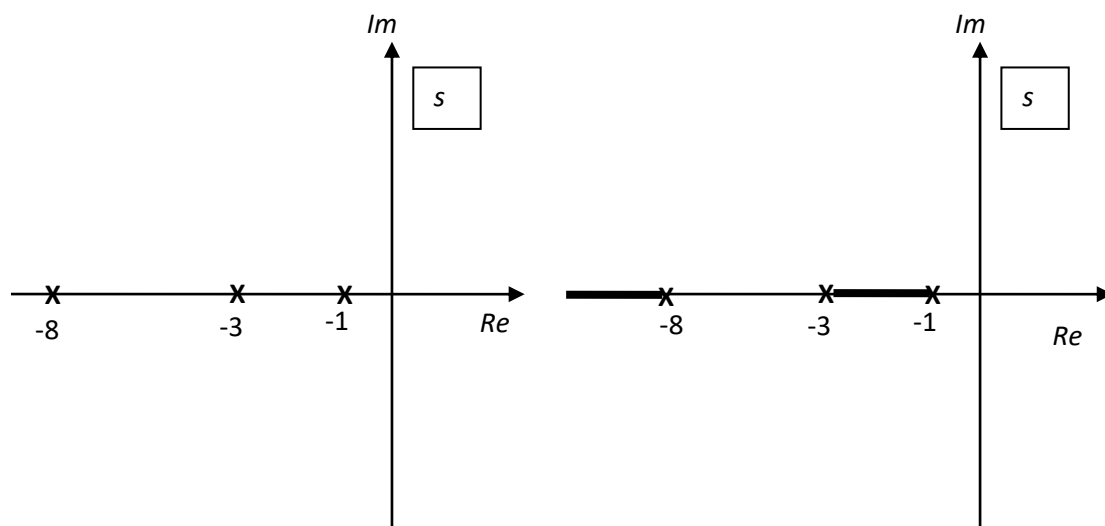
$$\frac{d[G(s)H(s)]}{ds} = 0$$
$$\frac{d[1/(s+1)(s+3)(s+7)]}{ds} = 0$$
$$\frac{d[1/(s^3 + 12s^2 + 35s + 24)]}{ds} = 0$$
$$3s^2 + 24s + 35 = 0$$

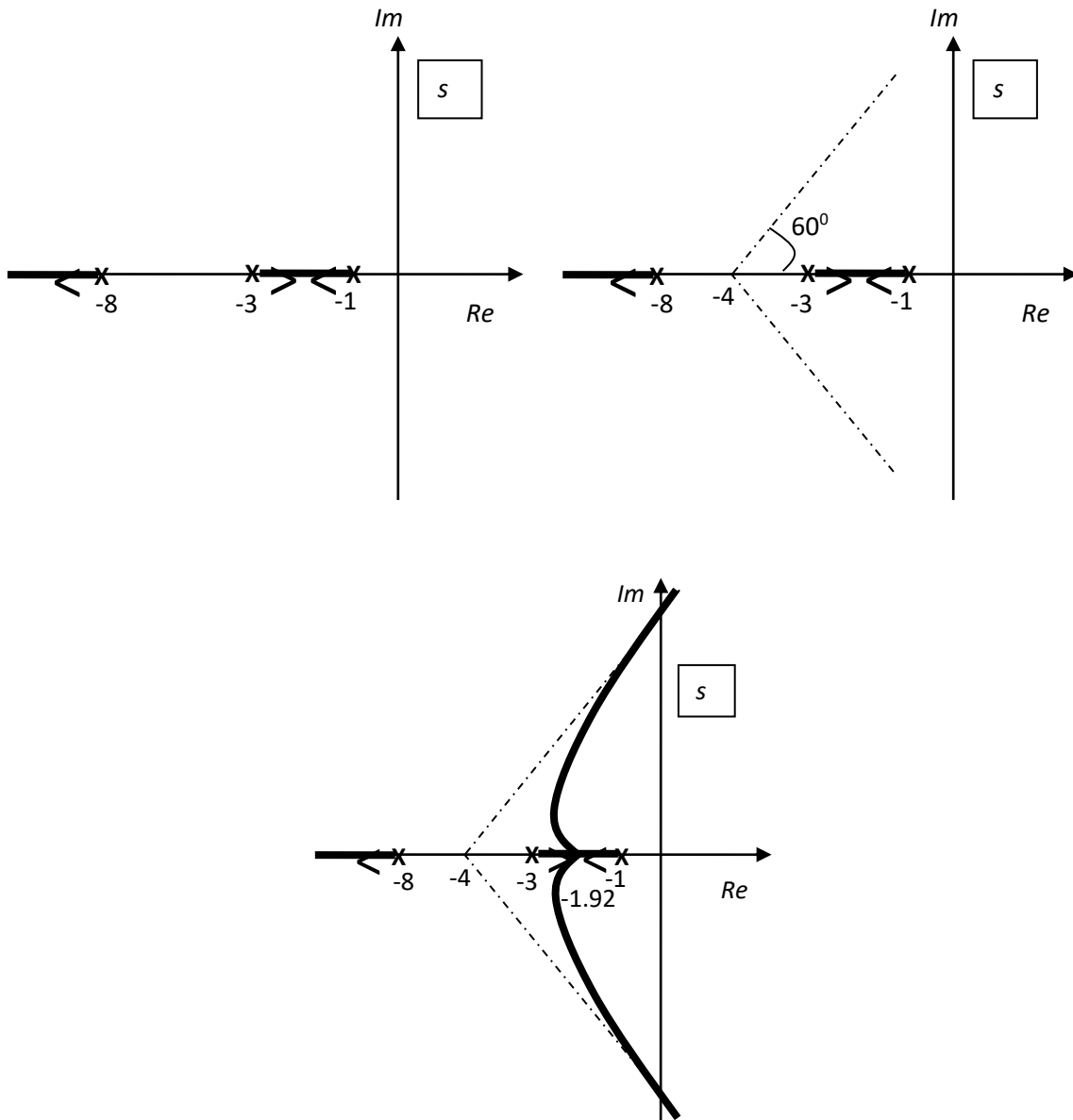
dari perhitungan matematika, akan didapat,

$$s_1 = -1.92$$

$$s_2 = -6.08$$

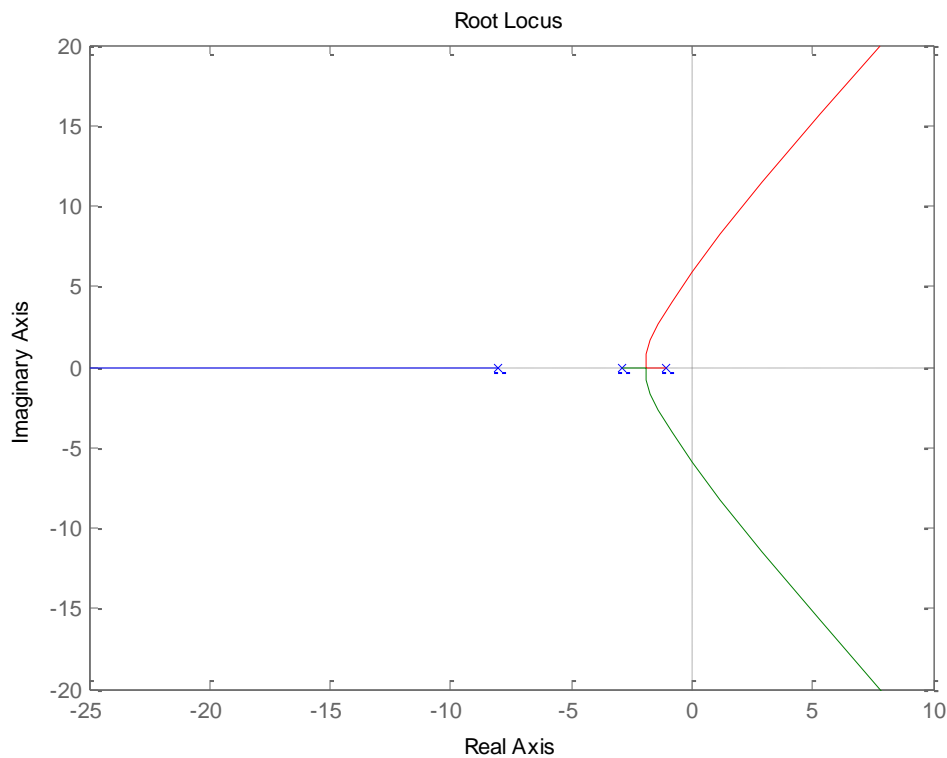
Dari kedua akar tersebut, yang terletak pada TKA adalah $s_1 = -1.92$, sehingga titik pisah TKA ada pada titik tersebut. Sedangkan titik yang lain tidak terpakai, karena terletak di luar TKA. Tahapan pembuatan TKA dapat dilihat pada Gambar 13.2 di bawah ini.





Gambar 13.2 Tahapan Pembuatan TKA

Gambar di bawah ini adalah TKA pada sistem diatas menggunakan perangkat lunak MATLAB.



Gambar 13.3 TKA dengan MATLAB

Dalam modul-modul sebelumnya, telah dijelaskan bahwa kestabilan sistem dapat dilihat dari letak akar-akarnya. Bahwa sistem stabil jika semua akar-akarnya terletak di sebelah kiri sumbu aksis real dan sebaliknya, sistem tidak stabil jika terdapat akar-akar yang terletak di sebelah kanan sumbu aksis real. Maka, dari TKA ini juga dapat disimpulkan kestabilan sistem. Yaitu, sistem akan tetap stabil jika semua TKA terletak pada sebelah kiri sumbu aksis real.

Pada contoh ini, dari Gambar 13.2 dan 13.3, TKA bergerak mengikuti garis asimtot dan memotong sumbu aksis real menuju ke sebelah kanannya. Hal ini, akan membuat sistem menjadi tidak stabil.

Oleh karena itu, perlu dicari batasan harga dari K agar sistem tetap stabil. Untuk menentukan harga tersebut dapat dilakukan dengan menggunakan metode Routh Hurwitz.

Dari Gambar 13.1 dan fungsi alih sistem maka fungsi alih lup tertutupnya adalah:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^3 + 12s^2 + 35s + 25 + K}$$

persamaan karakteristiknya adalah:

$$Q(s) = s^3 + 12s^2 + 35s + 25 + K = 0$$

sehingga array Routh-nya adalah:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 35 \\ s^2 & 12 & 25+K \\ s^1 & (395-K)/12 & \end{array}$$

dimana:

$$b_1 = -\frac{1}{12} \begin{vmatrix} 1 & 35 \\ 12 & 25+K \end{vmatrix} = -\frac{1}{12} (25 + K - 341) = (395 - K) / 12$$

$$c_1 = 25 + K$$

Agar sistem stabil, maka semua elemen pada kolom pertama harus lebih dari 0, maka:

$$\frac{395 - K}{12} > 0,$$

$$395 - K > 0$$

$$K < 395$$

dan

$$25 + K > 0,$$

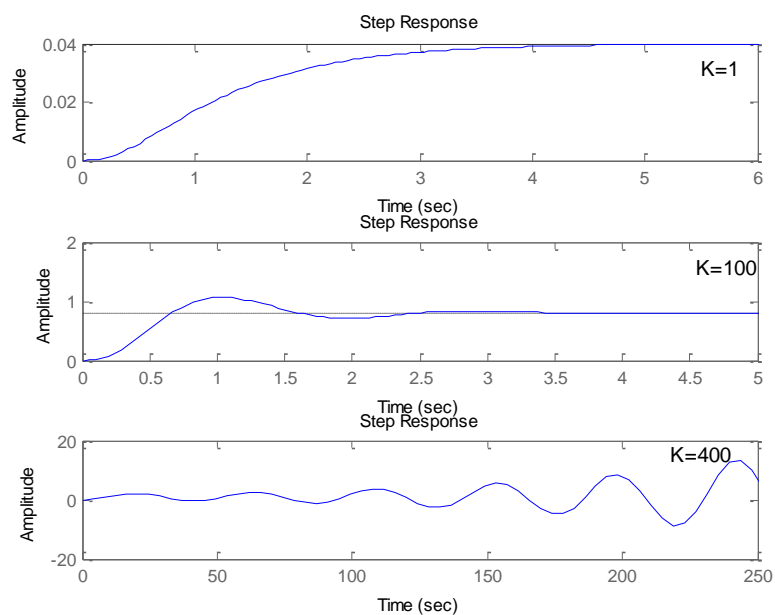
$$K > -25$$

maka, agar sistem tetap stabil, harga K adalah:

$$-25 < K < 395$$

sehingga, titik potong TKA terhadap sumbu aksis real terjadi pada harga $K = 320$.

Gambar di bawah ini memperlihatkan respon waktu dari sistem di atas dengan harga K yang diubah-ubah. Pada saat $K = 1$, sistem stabil namun dengan kesalahan keadaan tunak sistem yang amat besar. Pada saat dinaikkan menjadi $K = 100$, sistem stabil dengan memiliki *overshoot* dan sedikit osilasi. Namun, ketika $K = 400$ (di luar dari batas kestabilan yang diperoleh dari perhitungan di atas) sistem menjadi tidak stabil. Sistem semakin membesar sesuai dengan pertambahan waktu.



Gambar 13.4 Respon Waktu Sistem dengan Harga K yang berbeda

Berikut ini akan digambarkan contoh lain, dimana terdapat sebuah fungsi alih sistem sebagai berikut:

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+5)(s+7)}$$

maka

pole: $s = -1$, $s = -3$, $s = -5$ dan $s = -7$ dengan $n = 4$, dan zero; tidak ada, sehingga $m = 0$.

Menurut Aturan ke-3 tentang asimtot, didapat:

$$\alpha = n - m = 4 - 0 = 4, \text{ dan}$$

$$\theta = r180^\circ / \alpha = \pm 45^\circ \text{ dan } \pm 135^\circ \text{ serta}$$

$$\sigma_a = [(-1) + (-3) + (-5) + (-7)] / [4 - 0] = (-16) / 4 = -4$$

Titik pisah sistem adalah:

$$\begin{aligned} \frac{d[G(s)H(s)]}{ds} &= 0 \\ \frac{d[1/(s+1)(s+3)(s+5)(s+7)]}{ds} &= 0 \\ \frac{d[1/(s^4 + 16s^3 + 86s^2 + 176s + 105)]}{ds} &= 0 \\ 4s^3 + 48s^2 + 172s + 176 &= 0 \end{aligned}$$

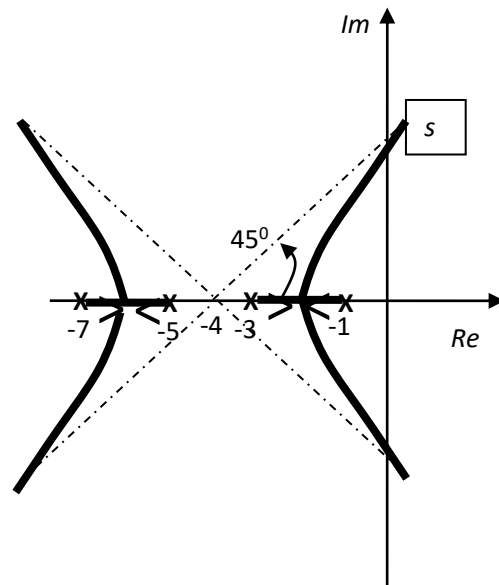
dari perhitungan matematika, akan didapat,

$$s_1 = -6.23$$

$$s_2 = -4.00$$

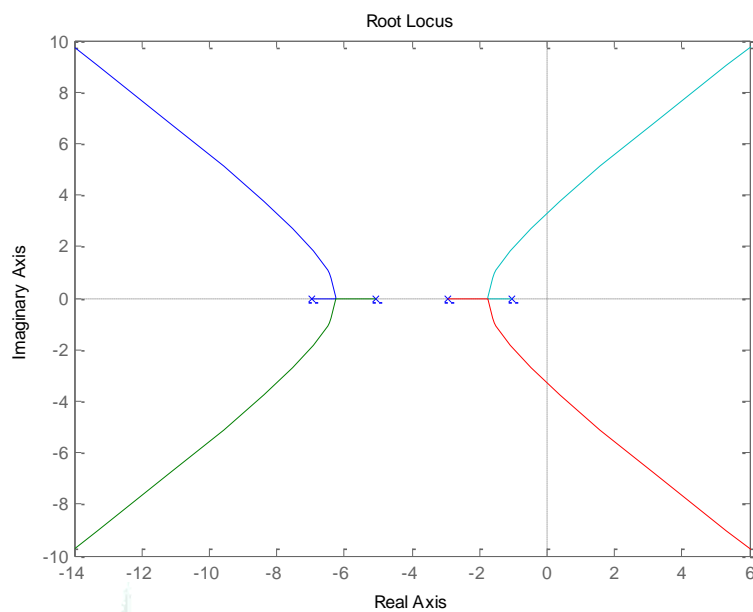
$$s_3 = -1.76$$

Dari ketiga akar tersebut, yang terletak pada TKA adalah $s_1 = -6.23$ dan $s_3 = -1.76$, sedangkan s_2 tidak terletak pada TKA. Sehingga titik pisah TKA ada pada titik s_1 dan s_3 tersebut. Sedangkan titik yang lain tidak terpakai, karena terletak di luar TKA. Hasil TKA secara manual dapat dilihat pada Gambar 13.5 di bawah ini.



Gambar 13.5 Hasil Pembuatan TKA secara manual

Gambar TKA berdasarkan perhitungan MATLAB ditampilkan pada Gambar 13.6. Dari kedua gambar tersebut, nampak bahwa sistem tidak stabil untuk seluruh harga K . Oleh karena itu, diperlukan perhitungan untuk menentukan batasan harga konstanta agar sistem tetap stabil.



Gambar 13.5 TKA Contoh 13.2 dengan MATLAB

Dengan memperhatikan perhitungan kestabilan berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, maka dapat ditentukan batasan-batasan harga K agar sistem tetap stabil.

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Aapenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997



MODUL PERKULIAHAN

Dasar Sistem Kontrol

Perbaikan Prestasi Sistem Kontrol

Fakultas

Fakultas Teknik

Program Studi

Teknik Elektro

Tatap Muka

14

Kode MK

Disusun Oleh

Ketty Siti Salamah, ST, MT

Abstract

Dalam perencanaan sebuah sistem kontrol, hal pertama yang harus dilakukan adalah mendefinisikan struktur sistem tersebut secara tepat. Perencanaan ini biasanya dilakukan agar memenuhi beberapa spesifikasi berikut:

- Kesalahan Keadaan Tunak
- Respon Sistem (Waktu Respon, *Overshoot*, Waktu Mantap), dan Kestabilan Sistem.

Kompetensi

Mahasiswa dapat mengetahui dan memahami system perancangan Sistem Kontrol dan tipe-tipe alat kontrol

PERBAIKAN PRESTASI SISTEM KONTROL

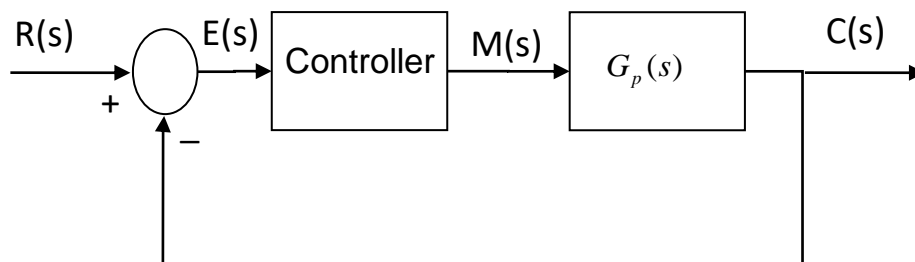
14.1. SPESIFIKASI SISTEM KONTROL

Dalam perencanaan sebuah sistem kontrol, hal pertama yang harus dilakukan adalah mendefinisikan struktur sistem tersebut secara tepat. Perencanaan ini biasanya dilakukan agar memenuhi beberapa spesifikasi berikut:

- Kesalahan Keadaan Tunak
- Respon Sistem (Waktu Respon, *Overshoot*, Waktu Mantap), dan
- Kestabilan Sistem

Jika sebuah sistem kontrol adalah stabil dan hanya memerlukan perbaikan respon maka yang dilakukan adalah penggunaan alat-alat kontrol (*controller*) dari tipe *P* (*Proportional*), *I* (*Integrator*) dan *D* (*Diferential*). Alat-alat kontrol tersebut, pada umumnya tidak bekerja sendiri, namun merupakan kombinasi dari ketiganya. Sehingga, dikenal *PI*, *PD* atau *PID controller*.

Alat-alat kontrol (*controller*) menghasilkan konfigurasi bertingkat (*cascade*), yakni dengan menyisipkannya pada lup yang sudah ada, sehingga merupakan bagian dari penguatan dalam arah maju. Blok diagram sistem kontrol dengan *controller* ditampilkan pada Gambar 14.1 di bawah ini.



Gambar 14.1 Blok Diagram Sistem Kontrol dengan Controller

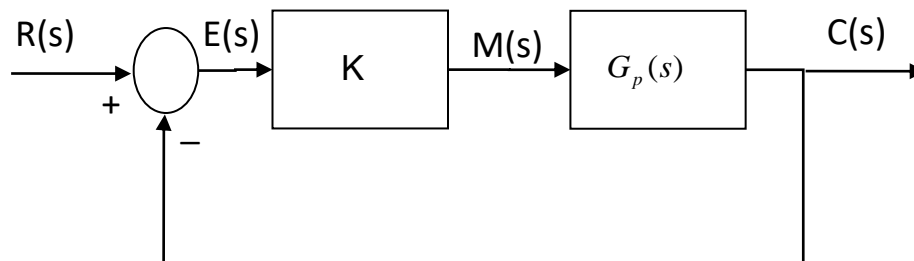
Dari gambar diatas, tampak bahwa masukan ke alat kontrol adalah sinyal kesalahan ($E(s)$). Dengan mengatur alat kontrol tersebut, akan dihasilkan sinyal pemanipulasi (*manipulated variable*, $M(s)$) yang dapat dimodifikasi sehingga menghasilkan respon sistem yang diinginkan.

14.2. ALAT KONTROL TIPE PROPORSIONAL (P)

Pada tipe ini, terdapat hubungan kesebandingan antara keluaran terhadap kesalahan, sebagaimana ditampilkan pada Gambar 14.2 yaitu:

$$m(t) = K e(t) \quad (14.1)$$

dimana K disebut dengan konstanta proporsional (K_p).



Gambar 14.2 Blok Diagram Sistem Kontrol dengan Controller Tipe P

Pertambahan harga K akan menaikkan penguatan sistem sehingga dapat digunakan untuk memperbesar kecepatan respon dan mengurangi kesalahan keadaan tunak (E_{ss}). Pemakaian alat kontrol tipe ini saja sering tidak memberikan hasil yang memuaskan, karena penambahan K selain akan membuat sistem lebih sensitif, tetapi juga cenderung mengakibatkan ketidakstabilan. Di samping itu, penambahan K adalah terbatas dan tidak cukup untuk mencapai respon sampai suatu harga yang diinginkan.

Kenyataannya dalam usaha mengatur harga K terdapat keadaan-keadaan yang saling bertentangan (*trade off*). Di satu pihak diinginkan mengurangi kesalahan keadaan tunak sebanyak mungkin, tetapi hal ini akan mengakibatkan osilasi yang berarti memperlama Waktu Mantap. Sedangkan di pihak lain, respon terhadap setiap perubahan masukan harus terjadi secepat mungkin tetapi dengan lonjakan (*overshoot*) dan osilasi sekecil mungkin. Respon yang cepat memang dapat diperoleh dengan memperbesar K , tetapi hal ini juga akan mengakibatkan ketidakstabilan sistem.

Untuk mengatasi masalah ini, alat pengontrol yang akan digunakan harus mempunyai persyaratan sebagai berikut:

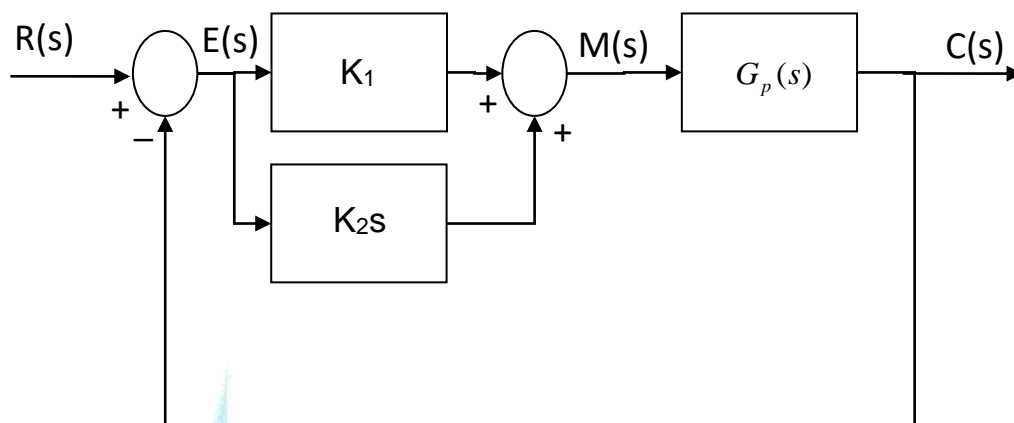
- Penguatan yang tinggi pada frekuensi yang sangat rendah untuk mengurangi kesalahan
- Penguatan yang tinggi pada frekuensi tinggi, hal ini penting untuk menjamin respon yang cepat
- Pada frekuensi menengah penguatan sebaiknya cukup rendah agar terjamin respon yang tidak mengalami lonjakan yang berlebihan dan juga setiap kecenderungan berosilasi akan diredam dengan cepat.

Dari pengujian-pengujian ternyata didapatkan bahwa kondisi demikian dapat dicapai dengan menambahkan alat kontrol lainnya terhadap alat kontrol tipe P , seperti alat kontrol tipe PI dan alat kontrol tipe PD .

14.3. ALAT KONTROL TIPE DIFERENSIAL (D)

Alat kontrol tipe D ini (disebut juga *rate control*) digunakan untuk memperbaiki atau mempercepat prestasi respon transien sebuah sistem kontrol. Alat ini selalu disertai oleh tipe P . Diikutsertakannya tipe D ini sebagai alat kontrol memberikan efek menstabilkan sistem dengan cara memperbesar 'phase lead' terhadap penguatan lup kontrol yakni dengan mengurangi 'phase lag' penguatan tersebut.

Blok diagram sistem kontrol dengan menggunakan alat kontrol PD adalah sebagai berikut:



Gambar 14.3 Blok Diagram Sistem Kontrol dengan Controller Tipe PD

Hubungan antara keluaran dan masukan alat kontrol *PD* adalah sebagai berikut:

$$e_o = -\frac{R_f}{R_i} e_i + R_f C \frac{de_i}{dt} \quad (14.2)$$
$$e_o = -K_1 e_1 + K_2 \frac{de_i}{dt}$$

dimana

$$K_1 = \frac{R_f}{R_i}, K_2 = R_f C \quad (14.3)$$

dengan demikian dapat dilihat bahwa persamaan ini terdiri dari bagian $P (K_1 e_1)$ dan $D (K_2 de_i)$.

Fungsi alih alat kontrol adalah

$$G(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_1 + K_2 s \quad (14.4)$$

Alat kontrol tipe *D* sangat bermanfaat sebab responnya terhadap laju perubahan kesalahan menghasilkan koreksi yang berarti sebelum kesalahan tersebut bertambah besar. Jadi efeknya adalah menghasilkan tindakan pengontrolan yang cepat. Hal ini sangat penting bagi sistem kontrol yang perubahan bebannya terjadi secara tiba-tiba, karena dapat menghasilkan sinyal pengontrol selam kesalahan berubah. Karena tipe *D* ini melawan perubahan yang terjadi dalam keluaran yang dikontrol, efeknya adalah menstabilkan sistem lup tertutup dan ini dapat meredam osilasi yang mungkin terjadi.

Penting diperhatikan bahwa tipe *D* ini tidak dapat dipakai secara tersendiri karena tidak akan memberikan respon terhadap kesalahan dalam kondisi mantap. Dengan

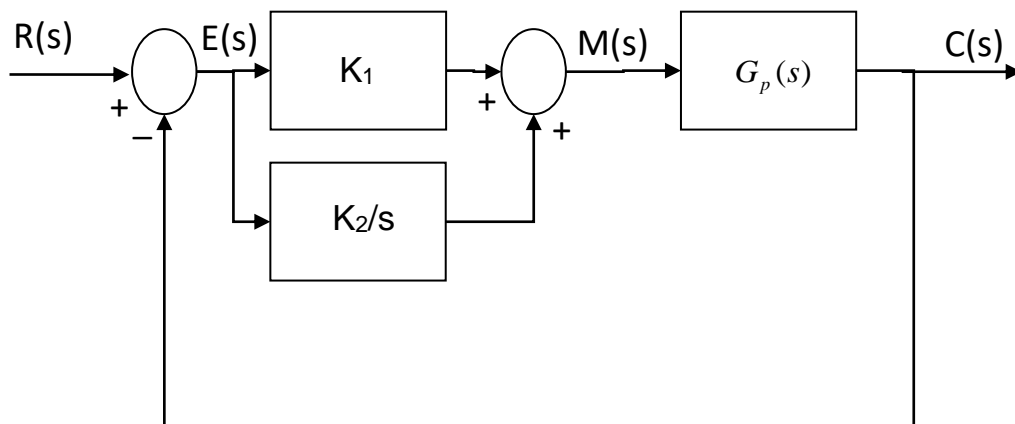
demikian alat ini harus digabung dengan tipe P atau PI, sehingga konfigurasi bentuknya adalah PD atau PID.

14.4. ALAT KONTROL TIPE INTEGRAL (I)

Alat kontrol tipe ini dimaksudkan untuk menghasilkan kesalahan posisi dalam kondisi mantap tanpa mengubah karakter frekuensi tinggi dan hal ini dapat dicapai dengan memberikan penguatan tak terhingga pada frekuensi nol, yakni pada kondisi mantap.

Alat kontrol ini biasanya digunakan bersama tipe *P* dan *D*. Namun dalam hal di mana kecepatan respon dan ketidak stabilan bukan merupakan masalah, tipe *PI* adalah cukup. Walaupun demikian, penambahan tipe *P* perlu mendapat perhatian karena efeknya mengurangi kestabilan yakni karena mengakibatkan bertambahnya keterlambatan fasa.

Blok diagram sistem kontrol dengan menggunakan alat kontrol *PI* adalah sebagai berikut:



Gambar 14.4 Blok Diagram Sistem Kontrol dengan Controller Tipe PI

Hubungan antara keluaran dan masukan adalah sebagai berikut:

$$e_o = \frac{R_f}{R_1} V_i + \frac{1}{RC} \int V_i dt \quad (14.5)$$

$$e_o = K_1 V_i + K_2 \int V_i dt$$

dimana

$$K_1 = \frac{R_f}{R_1}, K_2 = \frac{1}{RC} \quad (14.6)$$

disini dapat dilihat bahwa persamaan diatas terdiri dari bagian yang proporsional ($K_1 V_i$) dan bagian integral ($K_2 \int V_i dt$), dan ini merupakan manifestasi dari alat kontrol tipe P dan I .

Bagian integral (I) dalam persamaan menunjukkan bahwa tindakan pengontrol akan terus bertambah selama terjadi kesalahan dan bila sinyal penggerak yang cukup terakumulasi, maka sinyal $e(t)$ akan menurun menuju nol.

Dari gambar juga dapat ditentukan bahwa fungsi alih adalah:

$$G(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_1 + \frac{K_2}{s} \quad (14.7)$$
$$G(s) = \frac{K_1}{s} \left(s + \frac{K_2}{K_1} \right)$$

Melalui pemilihan komponen rangkaian yang tepat, lokasi frekuensi nol dan frekuensi pojok dapat direncanakan agar pengontrolan secara integral (I) hanya efektif pada frekuensi-frekuensi, sedang tipe P memiliki penguatan yang konstan serta menghasilkan kestabilan pada frekuensi menengah dan frekuensi yang lebih tinggi.

14.5. ALAT KONTROL TIPE PID

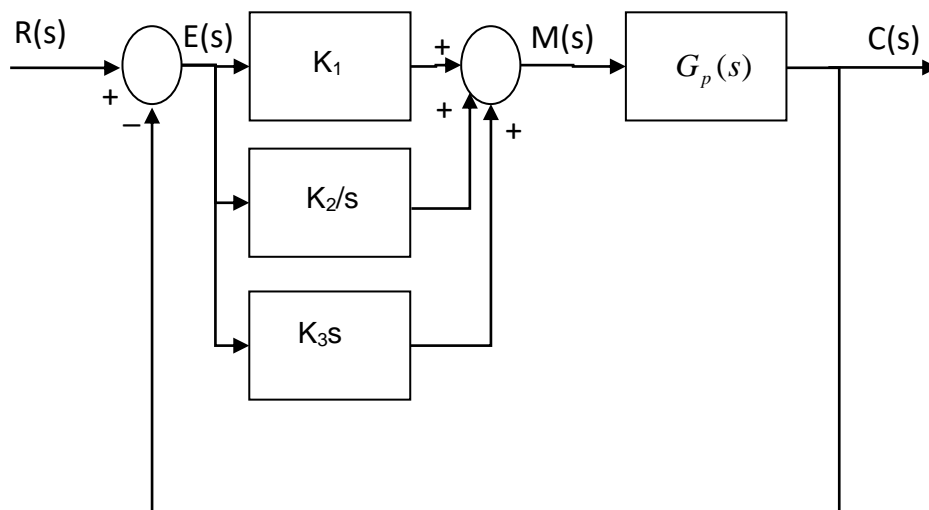
Alat ini banyak digunakan untuk mengontrol respon sebuah katup pengatur jenis pneumatik dan respon aktuator hidraulik. Tipe D berfungsi untuk mempertinggi kecepatan respon, sedang tipe I mencegah terjadinya kesalahan dalam keadaan mantap yang mungkin disebabkan oleh laju aliran posisi aktuator.

Bagian integral (I) biasanya digunakan bila alat kontrol akan dipakai untuk mempertahankan variabel proses agar tetap pada nilai kerja nominalnya, dan juga dalam

keadaan di mana perubahan-perubahan variabel hanya disebabkan oleh perubahan beban. Jika masukan ke sebuah alat kontrol *PID* diubah secara berarti, maka alat kontrol tipe Integral ditiadakan atau diperkecil sampai variabel proses mencapai nilai nominalnya. Jika hal ini tidak dilakukan, maka perubahan masukan yang besar ke alat kontrol tipe *I* menyebabkan osilasi yang akan menumpuk pada respon sistem kontrol. Respon dari osilasi ini akan berinteraksi terhadap kedua elemen kontrol yang lain, yaitu *P* dan *D*, dan menghasilkan respon yang berputar dengan Waktu Mantap yang sangat panjang.

Aturan umum adalah sebagai berikut. Tipe *I* sebaiknya hanya digunakan bila kesalahan keadaan tunak (E_{ss}) yang terjadi tidak dapat ditolerir. Tetapi jika kesalahan keadaan tunak (E_{ss}) tidak ada atau dapat ditolerir, tipe *PD* ternyata cukup baik diterapkan.

Blok diagram sistem kontrol dengan menggunakan alat kontrol *PI* adalah sebagai berikut:



Gambar 14.5 Blok Diagram Sistem Kontrol dengan Controller Tipe PID

Sebagai contoh alat kontrol PID ditunjukkan pada Gambar 14.5 di bawah ini. Dari gambar dapat dilihat bahwa tegangan keluaran adalah:

$$e_o = -\frac{R_1 C_1 + R_f C_f}{R_1 C_f} e_i + \frac{1}{R_1 C} e_i dt + R_f C_1 \frac{de_i}{dt} \quad (14.8)$$

dimana:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{R_1 C_1 + R_f C_f}{R_1 C_f} \text{ adalah Tipe P} \\ K_2 &= \frac{1}{\tau_I} = \frac{1}{R_1 C_f} \text{ adalah Tipe I} \\ K_3 &= \tau_D = R_f C_1 \text{ adalah Tipe D} \end{aligned} \quad (14.9)$$

Bagian integral (I) dalam persamaan di atas menunjukkan bahwa tindakan pengontrolan akan terus bertambah selama terjadi kesalahan dan bila sinyal penggerak yang cukup telah terakumulir, maka sinyal $e(t)$ akan menurun menuju nol.

Dari gambar juga dapat ditentukan bahwa fungsi alih adalah:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{K_3 s^2 + K_1 s + K_2}{s} \\ G(s) &= \frac{K_a}{s} (s + a)(s + b) \end{aligned} \quad (14.10)$$

dimana a dan b adalah akar-akar persamaan, dengan nilai:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2K_a} \left\{ -K_1 + \sqrt{K_1^2 - 4K_2 K_a} \right\} \\ b &= \frac{1}{2K_a} \left\{ -K_1 - \sqrt{K_1^2 - 4K_2 K_a} \right\} \end{aligned} \quad (14.11)$$

dari persamaan di atas dapat dilihat bahwa jika $4K_2K_3 > K_f^2$, maka a dan b merupakan pasangan konjugasi bilangan kompleks yang cenderung menurunkan redaman sistem kontrol.

Daftar Pustaka

- [1]. Gunterus, Frans. 1994. Falsafah Dasar Sistem Pengendalian Proses. Jakarta : PT Elex Media Komputindo.
- [2]. Ogata, Katsuhiko. 1995. Teknik Kontrol Automatik . Jakarta; Erlangga.
- [3]. Stephanopoulos, George. 1984, Chemical Process Control An Introduction To Theory And Practice, Prentice Hall International, London.
- [4]. <http://che.ft-untirta.ac.id/download-center/category/1-operasi-teknik-kimia?download=7%3Aapenukar-panas>
- [5]. Shaw, John A. 2001 Process Control Solutions
- [6]. Ebeling, Charles E. 1997. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, The McGraw-Hill Companies, Singapore.
- [7]. Candrawati, Galih. 2009, “Studi Performansi Sistem Pengendalian Dan Safety Pada Unit Thermal Ventilation Thema Dry Tunnel TH 009 PT. Ecco Tannery Indonesia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [8]. Bagus, Andhika P. 2010, “Study Reliability, Safety and Quality Pada Instrumen Waste Heat Boiler di Petrokimia”. Tugas Akhir, jurusan Teknik Fisika – ITS.
- [9]. <http://maintenance-group.blogspot.com/2010/09/keandalanreliability.html>
- [10]. Smith, Carlos A dan Corripio, Armando B “Principles and Practice of Automatic Process Control, 2nd”, Prentice-Hall International, 1997